

Анализ работ входного контроля студентов-математиков ВятГУ

Лубягина Елена Николаевна¹, Широков Дмитрий Владимирович²

¹кандидат физико-математических наук, доцент, Вятский государственный университет.
Россия, г. Киров. E-mail: usr11870@vyatsu.ru

²кандидат физико-математических наук, доцент, Вятский государственный университет.
Россия, г. Киров. E-mail: usr11727@vyatsu.ru

Аннотация. Статья посвящена анализу результатов входного контроля знаний и умений, полученных при изучении школьного курса математики. Диагностические работы были проведены среди студентов первого курса, поступивших на направления подготовки «Математика и компьютерные науки» и «Педагогическое образование (с профилем Математика)» Вятского государственного университета в 2024/2025 и 2025/2026 учеб. гг., в них в общей сложности участвовали 97 студентов. Предложенные задания охватывали ключевые темы школьного курса математики (текстовые задачи, функции и их графики, уравнения и неравенства, их системы, планиметрию, стереометрию, тригонометрию), часть из них требовала умения проводить и оформлять математическое доказательство утверждения. Чтобы подчеркнуть доступность задач, предложенных для входного контроля, приведены задания, которые должен был решить абитуриент математического факультета Вятского государственного педагогического университета на вступительных испытаниях в 2000 г.

В статье приведены статистические данные по количеству и качеству выполнения заданий. Тот факт, что данные, полученные по отдельным группам, оказались схожими, говорит об однородности всей выборки. Наиболее успешно вчерашние школьники выполнили две задачи, соответствующие первой части ЕГЭ. Наименьший процент решивших наблюдается в геометрических задачах на доказательство. В данной работе подробно проанализированы ошибки, совершенные студентами, отмечены разные способы решения предложенных им задач. Полученные в результате выводы подчеркивают необходимость развития доказательной базы в школьном курсе математики и усиления подготовки школьников по геометрии (как по стереометрии, так и по планиметрии).

Ключевые слова: остаточные знания, математическое образование, ЕГЭ, входной контроль.

Согласно ФГОС среднего общего образования, вчерашний выпускник школы – студент первого курса – кроме прочего, должен уметь проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач (см. [13]). Основная часть ЕГЭ ориентирована на типовые задания и способствует развитию навыков шаблонного решения, но не стимулирует развитие логического мышления, геометрической интуиции, умения строить строгие математические рассуждения. В статье [12] дается оценка влияния ЕГЭ на содержание образования, а о математической ЕГЭ-подготовке абитуриентов ВятГУ можно судить из источника [10] по данным результатов ЕГЭ в Кировской области за 2025 г.

Закономерно, что студенты, имеющие относительно высокий балл по математике, могут испытывать серьезные трудности уже на первых занятиях вуза по дисциплинам, требующим теоретической строгости, доказательности и пространственного воображения. О проблемах формального усвоения алгоритмов без понимания сути, на основе лишь вычислительных навыков говорится в работе по философии математики [2] и в методической литературе [3; 11].

Поскольку балл ЕГЭ не всегда позволяет достоверно оценить реальные остаточные знания, глубину понимания ключевых математических концепций и способность к их применению, то для выявления пробелов в школьной подготовке возникает объективная необходимость в проведении входного контроля по профильным математическим дисциплинам.

В рамках первой профильной дисциплины студентам последних двух лет первого курса направлений «Математика и компьютерные науки» (далее – МК1) и «Педагогическое образование (с профилем Математика)» (далее – ПОД1) была дана работа из 10 задач, приведенных далее (каждое задание оценивалось исходя из двух баллов). Всего в эксперименте участвовало 97 студентов.

Представим анализ решений, предложенных студентами. В общий статистический анализ не была включена работа выпускницы средней общеобразовательной школы с углубленным изучением отдельных предметов (математика) № 61 города Кирова (условно обозна-

ченной как Алиса), поскольку ее решения существенно отличаются более высоким качеством (несмотря на пару вычислительных ошибок и невнимательность). Включение работы Алисы в выборку исказило бы статистику типичной картины остаточных знаний большинства студентов-первокурсников.

1 (2025 г.). Имеется 45 граммов 70 %-го раствора кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить в этот раствор, чтобы получить 9 %-й раствор кислоты?

1 (2024 г.). Вычислить а) $\left(7\frac{4}{5} - 6\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{5}$, б) $15^{-2,7} \cdot 3^{3,7} \cdot 5^{1,7}$.

Это типовая задача первой части ЕГЭ. Доля решивших ее составила 55,7 %, еще 17,5 % решавших предложили верную модель, но допустили ошибку вычислительного характера (задача 2025-го года) либо решили один пункт задания (задача 2024-го года). В 2025/2026 учеб. г. большинство студентов верно составило пропорцию из данных о доле кислоты: $0,7 \cdot 45 = 0,09 \cdot (45 + x)$, где x – масса добавленной воды. Однако в некоторых работах найдена масса всей воды. Вычислительное задание 2024/2025 учеб. г. оказалось чуть проще.

2. В системе координат изобразите параболу $y = -x^2 + 4x - 5$. Найдите расстояние от вершины параболы до точки пересечения прямых $y = 3 - 4x$, $y = 6x - 2$.

С задачей построения графика параболы справились далеко не все. Доля выполнивших задание полностью – 4,7 %, еще 16,5 % писавших работу верно построили параболу, но не определили расстояние.

Отметим, что расстояние между точками в большинстве работ находилось как длина гипотенузы соответствующего прямоугольного треугольника. У Алисы и в некоторых работах использовалась формула расстояния между точками.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x < \frac{4}{x} \\ (x - 1)^2 > 0 \end{cases}$$

Доля решивших – 8,2 %, еще 14,4 % первокурсников верно решили только одно из неравенств системы. При решении первого неравенства наиболее распространенной ошибкой стало умножение обеих частей неравенства на выражение, содержащее переменную, без учета знака этого выражения.

В паре работ применялась неверная формула квадрата суммы/разности – переход $(a \pm b)^2 \rightarrow a^2 \pm b^2$, что свидетельствует о слабом владении базовыми тождествами.

Заметим, что в ряде работ наблюдалась неоптимальная стратегия работы с выражением вида $(x-1)^2$: рассматривалось соответствующее квадратное уравнение, через дискриминант находился кратный корень $x=1$, и делался вывод о решении неравенства, хотя очевидно, что квадрат любого действительного выражения неотрицателен, а равенство нулю достигается только при $x=1$. Пожелаем студентам не ограничиваться формальным решением задачи, а искать наиболее рациональный путь, что играет важную роль в развитии математической культуры.

4. Решите: а) $\sqrt{1-x} = 5 + x$; б) $\sqrt{1-x} < 5 + x$.

Доля решивших и уравнение, и неравенство составила 7,2 %, а выполнивших ровно одно задание (как правило, уравнение) – 25,8 %. Как и в задании 3, предложенные большинством студентов решения указывают на формальное усвоение алгоритмов решения уравнений и неравенств без понимания логики эквивалентных преобразований. Распространенная ошибка – формальное возведение обеих частей в квадрат без учета условий эквивалентности.

5. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = BC = 4$, $AC = 2$. Найдите длины высоты и медианы, которые проведены к стороне BC .

Доля обоснованно нашедших и высоту, и медиану составила 5,2 %, а лишь чего-то одного – 8,2 %. При нахождении высоты h , проведенной к боковой стороне треугольника ABC ($AB = BC = 4$, $AC = 2$), большинство студентов использовали метод равенства площадей: находили площадь S

треугольника ABC и выражали ее через h : $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h = S \Rightarrow h = \frac{S}{2}$. Отметим, что только один студент нашел S через высоту, проведенную к основанию: $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$. Остальные использовали формулу Герона: $S = \sqrt{5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3} = \sqrt{15}$.

Нередкой ошибкой стал поиск высоты, проведенной к основанию, вместо высоты, проведенной к боковой стороне. В нескольких работах встретилось существенное заблуждение в том, что любая высота в равнобедренном треугольнике является медианой. Это свидетельствует о неполном понимании свойств равнобедренного треугольника, указывает на формальное заучивание свойств без геометрической интерпретации.

Один студент нашел медиану, опираясь на то, что каждая медиана точкой их пересечения делится в отношении 2:1, считая от вершины. Остальные использовали готовую формулу длины медианы $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$, которая выводится, например, из теоремы косинусов.

6. Для треугольника ABC со сторонами $AB = BC = 4$, $AC = 2$ найдите радиус R описанной окружности и радиус r вписанной окружности.

Доля нашедших оба радиуса составляет 2,1 %, только одного – 7,2 %. Отметим, что формула $S = pr$, связывающая радиус вписанной окружности с площадью треугольника, была указана в задаче № 10. Также студенты использовали для нахождения радиуса описанной окружности формулу $S = \frac{abc}{4R}$. Не было ни одного чертежа, в котором просматривалось иное (конструктивное) решение.

7. Решите уравнение $x^2 - 3x - 10 = 0$ без опоры на формулу корней, описав алгоритм решения квадратного уравнения.

Верные ответы без какого-либо обоснования оценивались в 0 баллов. В 13,4 % работ чаще предлагались решения, опирающиеся на теорему Виета, либо приводилось разложение на множители – они оценивались в 1 балл, поскольку выполняемые в них действия не дают общего алгоритма решения квадратного уравнения. Одна работа (доля 1 %) содержала выделение полного квадрата и оценивалась в 2 балла.

Отметим, что различные способы решения квадратных уравнений – в том числе с помощью выделения полного квадрата – рассматриваются, например, в учебниках А. Г. Мордковича [4–7] и способствуют развитию гибкости мышления.

8. Чему равен угол между диагональю куба и диагональю его грани? Найдите все варианты.

Полностью задача никем не была решена, что указывает на недостаточную подготовку по стереометрии. Доля обоснованно нашедших один из углов – 11,3 %. Остальные не справились даже со случаем, когда диагональ грани и диагональ куба имеют общую вершину. Среди попыток решения в отдельных работах встречались грубые геометрические ошибки. В частности, длина диагонали куба ошибочно принималась равной длине его ребра, что свидетельствует о непонимании пространственной структуры куба. Отметим лаконичное решение Алисы нахождения тангенса одного угла для диагоналей с общей вершиной (жаль, что сам угол указан неверно) и обоснованием равенства 90° другого угла с помощью теоремы о трех перпендикулярах.

Необходимость развития доказательной базы в школьном курсе подчеркивается в методических трудах Г. И. Саранцева [11]. В большинстве школ доказательства вводятся с 7-го класса (см., например, учебник Л. С. Атанасяна [1]), однако есть подозрение, что в школьной практике они часто опускаются из-за нехватки времени. Менее популярны учебники И. Ф. Шарыгина, последовательно развивающие идею «геометрии как искусства доказательства», что особенно важно для будущих математиков [14; 15]. Углубленный курс геометрии (например, в учебнике Е. В. Потоскуева и Л. И. Звавича) включает систематическое изучение пространственных фигур, но адресован учащимся профильных классов [8; 9].

9. Докажите (без использования тригонометрии) теорему: катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла 30° , равен половине гипотенузы.

Доля доказавших указанное утверждение составила 11,3 %, недостаточно обосновавших – 8,2 %. Наиболее распространенным методом стало построение равностороннего треугольника на катете a , прилежащем к углу в 60° : студенты проводили медиану из прямого угла (по всей видимости, они пользовались тем, что медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине), откуда следовала искомая пропорция.

Другой частый прием – достраивание исходного треугольника до равностороннего путем симметричного отражения относительно катета, лежащего против угла 60° . Это позволяло использовать свойства равностороннего треугольника для обоснования равенства сторон.

В отдельных работах применялось достраивание до прямоугольника с последующим анализом диагоналей и углов.

В 1 балл оценивались следующие рассуждения: брался равносторонний треугольник, в котором выделялся прямоугольный треугольник с углом в 30° , для последнего доказывалось требуемое свойство. Такое решение нельзя считать полным, поскольку не было отмечено, что таким образом можно получить любой прямоугольный треугольник с углом в 30° .

Отметим, что даже в тех работах, где был выбран верный геометрический прием, обоснование часто носило фрагментарный или интуитивный характер, без четкой логической цепочки и ссылок на аксиомы или теоремы. Это подчеркивает общую слабость подготовки по геометрическим доказательствам у большинства первокурсников и свидетельствует о недостаточном внимании к дедуктивному мышлению в школьном курсе математики.

10. Докажите, что площадь треугольника может быть вычислена по формуле $S = pr$, где p – половина периметра (полупериметр) треугольника, r – радиус вписанной в треугольник окружности.

Полностью задание выполнил (не считая Алису) один студент (доля – 1 %), частично (привели чертеж без пояснений) – трое (3,1 %). Предложенные доказательства опираются на разбиение треугольника на три с общей вершиной в центре вписанной окружности. Однако даже такой простой шаг вчерашние абитуриенты, выбравшие математический профиль обучения, в подавляющем большинстве сделать не смогли.

Доля студентов, применивших формулу $S = pr$ в задаче 6, больше, чем доказавших ее в задании 10.

Подведем итоги. Задания работы 1, 2, 4а, за которые можно было заработать 5 баллов (25 % от максимального балла), соответствуют первой части ЕГЭ, на которую школьники опираются при подготовке «на 60–70 баллов». Сложность остальных заданий выше, соответствующие задачи в ЕГЭ решаются реже. Проведенная диагностическая работа содержала задания по стереометрии, требовала продемонстрировать навыки доказательства – то, что существенно ослаблено у среднестатистического абитуриента. Это объясняет, почему даже студенты с 70+ баллами на ЕГЭ могут испытывать трудности с заданиями 8–10.

Как можно убедиться далее, данные, полученные по отдельным группам, схожи, что говорит об однородности всей выборки. Уточним, что в исследовании участвовали следующие группы студентов: ПОД1 в 2024/2025 учеб. г. – 19 человек, ПОД1 в 2025/2026 учеб. г. – 33 чел., МК1 в 2024/2025 учеб. г. – 24 чел., МК1 в 2025/2026 учеб. г. – 21 чел.

Максимальный процент набранных баллов за два года – 55 %, усредненный – 8 %. Соотношения студентов, набравших указанный процент от максимального балла, представлены на рис. 1. Видим, что в 2024/2025 учеб. г. доля нулевых работ меньше, чем в 2025/2026 учеб. г.: в 2024/2025 учеб. г. первая задача требовала только вычислительных навыков и была решена существенно лучше, чем заменившая ее текстовая задача в 2025/2026 учеб. г.

Наиболее успешно выполнены задачи практического характера 1 и 2. Наименьший процент решивших наблюдается в геометрических задачах 6–8 и 10 на доказательство.

Можно заключить, что в целом у студентов со школы сохраняется базовая вычислительная культура, но наблюдаются серьезные пробелы в заданиях, требующих геометрической интуиции (особенно в стереометрии), умения строить доказательства и понимания графической интерпретации функций.

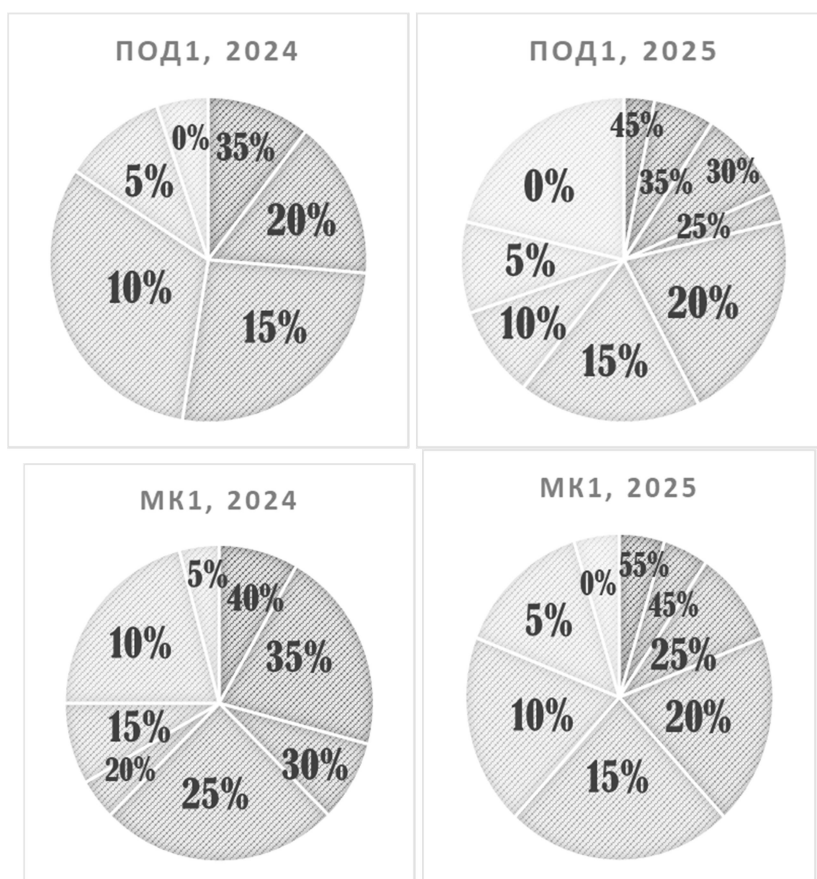


Рис. 1. Соотношения студентов, набравших указанный процент от максимального балла

Результаты, обработанные по трем категориям: полностью справился (2 балла), справился частично (1 балл), не справился, – представлены на рис. 2.

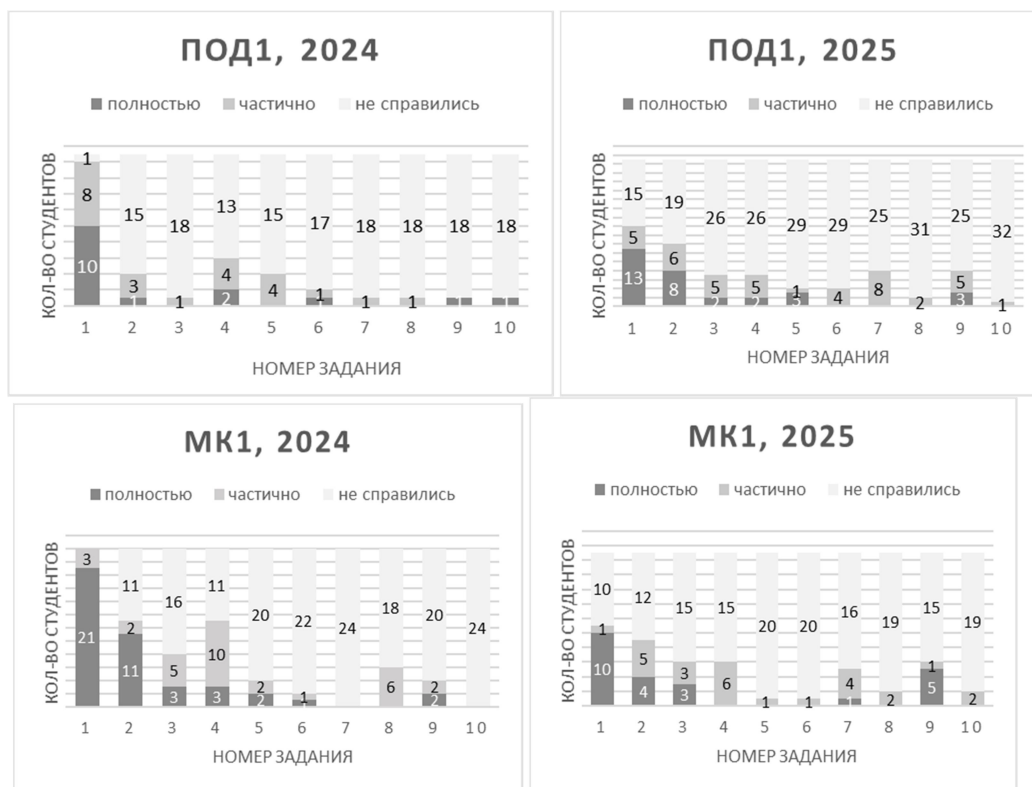


Рис. 2. Доля студентов, решивших (полностью/частично) каждую из задач

На рис. 3 приведены не учтенные выше результаты работы Алисы: в заданиях 2 и 8 она ошиблась в расчетах.



Рис. 3. Результаты работы Алисы

Отметим, что в сентябре 2024 и 2025 гг. использование Интернета при решении диагностической работы было сведено к минимуму. Сейчас среди студентов становится модно использовать в учебе искусственный интеллект. На рис. 4 приведены результаты решения тех же задач искусственным интеллектом Qwen3 (<https://chat.qwen.ai/>): во 2-й он не нарисовал с первого раза параболу, в 7-й не обосновал ответ, в 8-й написал, что есть только одно значение угла между диагональю куба и диагональю его грани.

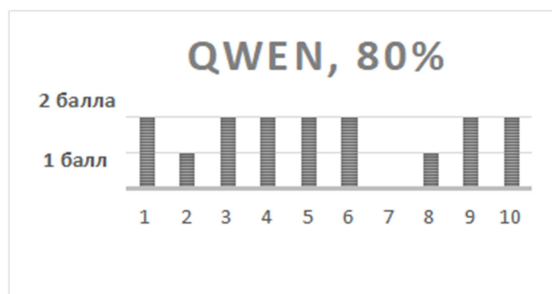


Рис. 4. Результаты, полученные от искусственного интеллекта Qwen3

Чтобы подчеркнуть доступность задач, предложенных для входного контроля, приведем задания, которые должен был решить абитуриент математического факультета Вятского государственного педагогического университета на вступительных испытаниях в 2000 г.

Вариант задач письменного экзамена (на работу отводилось 4 часа)

1. Решить уравнение $\frac{\cos 2x - (10 - \sqrt{3}) \sin x + 5\sqrt{3} - 1}{\cos 2x + 5 \cos x - 2} = 0$.
2. Решить неравенство $\log_9 x + 1 \leq 2 \log_x 9$.
3. Пусть $AD = 2$ и $BC = 6$ – основания трапеции $ABCD$. На продолжении стороны AD выбрана такая точка K , что прямая CK делит площадь трапеции пополам. Найти длину отрезка AK .
4. При каком значении a система $\begin{cases} y = -(x - 1)^2 \\ x - y = a \end{cases}$ имеет одно решение? Найти это решение.
5. На плоскости лежат, касаясь друг друга, три шара радиуса 1. Сверху на них положили шар радиуса 2. Найти высоту построенной конструкции.

Вариант заданий устного экзамена (на подготовку 1 час)

Теоретические вопросы

1. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
2. Прямоугольник, ромб, квадрат, их свойства.

Задачи

3. Решить уравнение $\lg \frac{x+9}{x+1} = \lg x$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \sin^2 x - 20 \cos x + 1$.

Сделаем выводы. Бесспорно, проведение входного диагностического тестирования профильных знаний необходимо хотя бы на первых курсах. Его результаты позволят вернее построить дальнейшую логику изложения материала первых базовых дисциплин. Проведенная нами работа выявила необходимость формирования у студентов привычки к обоснованию своих действий, работе с контрпримерами, выделению структуры теорем (в том числе в

рамках школьной программы). Указанный навык особенно значим для будущих учителей математики (в эксперименте это группа ПОД1), от которых (в том числе) в дальнейшем зависит судьба наших будущих абитуриентов.

В заключение пожелаем и школе, и университету долгожданных перемен.

Список литературы

1. Атанасян Л. С. и др. Геометрия. 7–9 классы : учеб. для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2018. 384 с.
2. Беляев Е. А., Перминов В. Я. Философские и методологические проблемы математики. М. : Изд-во МГУ, 1981. 208 с.
3. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Научно-исслед. ин-т школ Министерства просвещения РСФСР. Ч. 1 : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. М. : Просвещение, 1977. 111 с.
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа: 10-й класс, базовый уровень : учеб. в 2 ч. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. 2-е изд., стер. М. : Просвещение, 2022. Ч. 1. 255 с.
5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа: 10-й класс, базовый уровень : учеб. : в 2 ч. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. 2-е изд., стер. М. : Просвещение, 2022. Ч. 2. 207 с.
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа: 11-й класс, базовый уровень : учеб. : в 2 ч. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. 2-е изд., стер. М. : Просвещение, 2022. Ч. 1. 222 с.
7. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа: 11-й класс, базовый уровень : учеб. : в 2 ч. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. 2-е изд., стер. М. : Просвещение, 2022. Ч. 2. 206 с.
8. Потоскуев Е. В., Завич Л. И. Геометрия. 10 класс. Углубленный уровень. М. : Просвещение, 2023. 223 с.
9. Потоскуев Е. В., Завич Л. И. Геометрия. 11 класс. Углубленный уровень. М. : Просвещение, 2023. 384 с.
10. Ряттель А. В. Методические рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика (профильный уровень)» на основе анализа результатов ЕГЭ-2025 в Кировской области.
11. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов педвузов. Саранск : Красный Октябрь, 2001. 288 с.
12. Семенов А. Л. Вариативная математика // Образовательная политика. 2015. № 1 (67). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/variativnaya-matematika> (дата обращения: 27.11.2025).
13. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (редакция № 8 от 27.12.2023, действующая) : утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012. URL: <https://fgosreestr.edsoo.ru/federal-standard/31>.
14. Шарыгин И. Ф. Геометрия. 7–9 кл. : учеб. М. : Просвещение, 2022. 460 с.
15. Шарыгин И. Ф. Геометрия. 10–11 кл.: базовый уровень : учеб. М. : Просвещение, 2022. 237 с.

An Analysis of the Entrance Assessment Papers of Mathematics Students at Vyatka State University

Lubyagina Elena Nikolaevna¹, Shirokov Dmitry Vladimirovich²

¹PhD in Physics and Mathematics, associate professor, Vyatka State University. Russia, Kirov.
E-mail: usr11870@vyatsu.ru

²PhD in Physics and Mathematics, associate professor, Vyatka State University.
Russia, Kirov. E-mail: usr11727@vyatsu.ru

Abstract. The article is devoted to an analysis of the results of the entrance assessment of the knowledge and skills acquired in the school mathematics course. The diagnostic papers were carried out among first-year students admitted to the degree programs "Mathematics and Computer Science" and "Pedagogical Education (with a profile in Mathematics)" at Vyatka State University in the 2024/2025 and 2025/2026 academic years; a total of 97 students took part in them. The tasks proposed covered the key topics of the school mathematics course (word problems, functions and their graphs, equations and inequalities and their systems, plane geometry, solid geometry, trigonometry), and some of them required the ability to construct and set out a mathematical proof of a statement. In order to emphasize the accessibility of the tasks proposed for the entrance assessment, the article presents the tasks that an applicant to the Faculty of Mathematics of Vyatka State Pedagogical University had to solve in the entrance examinations of 2000.

The article presents statistical data on the quantity and quality of task completion. The fact that the data obtained for the separate groups turned out to be similar indicates the homogeneity of the entire sample. The recent school leavers performed most successfully on two tasks corresponding to the first part of the Unified State Examination. The lowest percentage of those who solved the task is observed in the geometric proof problems. The present work analyzes in detail the errors made by the students and notes the various methods of solving the tasks proposed to them. The conclusions obtained emphasize the need to develop the demonstrative basis of the school mathematics course and to strengthen schoolchildren's preparation in geometry (both solid and plane geometry).

Keywords: residual knowledge, mathematical education, Unified State Examination, entrance assessment.

References

1. *Atanasyan L. S. et al. Geometriya. 7–9 klassy : ucheb. dlya obshcheobrazovatel'nykh organizatsiy* [Geometry. Grades 7–9 : A Textbook for General Education Institutions]. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2018. 384 p.
2. *Belyaev E. A., Perminov V. Ya. Filosofskie i metodologicheskie problemy matematiki* [Philosophical and Methodological Problems of Mathematics]. M., Izd-vo MGU (Moscow University Press), 1981. 208 p.
3. *Kolyagin Yu. M. Zadachi v obuchenii matematike* [Problems in the Teaching of Mathematics] / Nauchno-issled. in-t shkol Ministerstva prosveshcheniya RSFSR. Part 1 : *Matematicheskie zadachi kak sredstvo obucheniya i razvitiya uchashchihsya* [Mathematical Problems as a Means of Teaching and Developing Students]. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 1977. 111 p.
4. *Matematika: algebra i nachala matematicheskogo analiza, geometriya. Algebra i nachala matematicheskogo analiza: 10-j klass, bazovyy uroven' : ucheb. v 2 ch.* [Mathematics: Algebra and the Elements of Mathematical Analysis, Geometry. Algebra and the Elements of Mathematical Analysis: Grade 10, Basic Level : A Textbook in 2 parts] / A. G. Mordkovich, P. V. Semenov, L. A. Aleksandrova, E. L. Mardahaeva. 2nd ed., stereotype. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2022. Part 1. 255 p.
5. *Matematika: algebra i nachala matematicheskogo analiza, geometriya. Algebra i nachala matematicheskogo analiza: 10-j klass, bazovyy uroven' : ucheb. : v 2 ch.* [Mathematics: Algebra and the Elements of Mathematical Analysis, Geometry. Algebra and the Elements of Mathematical Analysis: Grade 10, Basic Level : A Textbook : in 2 parts] / A. G. Mordkovich, P. V. Semenov, L. A. Aleksandrova, E. L. Mardahaeva. 2nd ed., stereotype. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2022. Part 2. 207 p.
6. *Matematika: algebra i nachala matematicheskogo analiza, geometriya. Algebra i nachala matematicheskogo analiza: 11-j klass, bazovyy uroven' : ucheb. : v 2 ch.* [Mathematics: Algebra and the Elements of Mathematical Analysis, Geometry. Algebra and the Elements of Mathematical Analysis: Grade 11, Basic Level : A Textbook : in 2 parts] / A. G. Mordkovich, P. V. Semenov, L. A. Aleksandrova, E. L. Mardahaeva. 2nd ed., stereotype. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2022. Part 1. 222 p.
7. *Matematika: algebra i nachala matematicheskogo analiza, geometriya. Algebra i nachala matematicheskogo analiza: 11-j klass, bazovyy uroven' : ucheb. : v 2 ch.* [Mathematics: Algebra and the Elements of Mathematical Analysis, Geometry. Algebra and the Elements of Mathematical Analysis: Grade 11, Basic Level : A Textbook : in 2 parts] / A. G. Mordkovich, P. V. Semenov, L. A. Aleksandrova, E. L. Mardahaeva. 2nd ed., stereotype. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2022. Part 2. 206 p.
8. *Potoskuev E. V., Zvavich L. I. Geometriya. 10 klass. Uglublennyy uroven'* [Geometry. Grade 10. Advanced Level]. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2023. 223 p.
9. *Potoskuev E. V., Zvavich L. I. Geometriya. 11 klass. Uglublennyy uroven'* [Geometry. Grade 11. Advanced Level]. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2023. 384 p.
10. *Ryattel' A. V. Metodicheskie rekomendatsii po sovershenstvovaniyu prepodavaniya uchebnogo predmeta "Matematika (profil'nyy uroven')"* na osnove analiza rezul'tatov EGE-2025 v Kirovskoy oblasti [Methodological Recommendations for Improving the Teaching of the Subject "Mathematics (Advanced Level)" Based on an Analysis of the 2025 Unified State Examination Results in the Kirov Region].
11. *Sarancev G. I. Metodika obucheniya matematike v srednej shkole : uchebnoe posobie dlya studentov pedvuzov* [Methods of Teaching Mathematics in Secondary School : A Textbook for Students of Pedagogical Universities]. Saransk, Krasnyy Oktyabr' (Red October), 2001. 288 p.
12. *Semenov A. L. Variativnaya matematika* [Variable Mathematics] // *Obrazovatel'naya politika – Educational Policy*. 2015. No. 1 (67). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/variativnaya-matematika> (date accessed: 27.11.2025).
13. *Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart srednego obshchego obrazovaniya (redakciya No. 8 ot 27.12.2023, dejstvuyushchaya) : utverzhden prikazom Ministerstva obrazovaniya i nauki Rossijskoj Federatsii ot 17.05.2012* [The Federal State Educational Standard of Secondary General Education (Revision No. 8 of December 27, 2023, in force) : Approved by Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation of May 17, 2012]. Available at: <https://fgosreestr.edsoo.ru/federal-standard/31>.
14. *Sharygin I. F. Geometriya. 7–9 kl. : ucheb.* [Geometry. Grades 7–9 : A Textbook]. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2022. 460 p.
15. *Sharygin I. F. Geometriya. 10–11 kl. : bazovyy uroven' : ucheb.* [Geometry. Grades 10–11: Basic Level : A Textbook]. M., Prosveshchenie (Enlightenment), 2022. 237 p.

Поступила в редакцию: 11.12.2025

Принята к публикации: 15.04.2026