Вестник Вятского государственного университета, 2023, № 1 (147)
© ВятГУ, 2023 ISSN: 2541–7606 Философские науки

УДК 1:51(091) DOI: 10.25730/VSU.7606.23.005

Философия математики Б. Рассела до логицизма*

Олейник Полина Ивановна
кандидат философских наук, научный сотрудник лаборатории трансдисциплинарных исследований познания, языка и социальных практик философского факультета,
Национальный исследовательский Томский государственный университет.
Россия, г. Томск. E-mail: polina-grigorenko@mail.ru

Аннотация. Анализ философии математики Б. Рассела не теряет своей актуальности в связи с появлением новых современных программ философии математики. В этой статье исследуется интеллектуальный путь Б. Рассела при переходе от кантовской философии геометрии, представленной в его диссертации «Об основах геометрии» 1897 г., к его позиции в работе «Принципы математики» 1903 г., где впервые эксплицитно представлены идеи логицизма Б. Рассела, согласно которому вся математика выводится из формальной логики. Проблемным является вопрос, действительно ли переход Б. Рассела от кантианства в философии математики к логицизму был кардинальной сменой философско-математической парадигмы. Цель исследования – анализ эволюции философско-математических взглядов Б. Рассела. В исследовании используются историко-философский анализ и историко-философская реконструкция, методы компаративного и интерпретирующего анализа. Анализируется аргументация утверждения Дж. Хейса о том, что Б. Рассел при написании «Об основах геометрии» уже был привержен своего рода «логицизму», несоответствующего традиционной интерпретации его творчества. Аргументируется целесообразность разделения общего понятия логицизма и конкретных задач, которые должны быть выполнены этой программой. Также показано, что интуиция в ранней философии математики Рассела играет небольшую роль. Выявляется, какие идеи Б. Рассела должны быть пересмотрены и исключены для принятия Б. Расселом логицизма. Показано, что концепция логики в ранней философии математики Б. Рассела не соответствует целям и задачам логицизма. Вместе с тем демонстрируется, что вне зависимости от используемой логики позиция Б. Рассела может соответствовать духу логицизма (но не в состоянии выполнить его задачи). Делается вывод о том, что некоторые базовые идеи логицизма высказываются в раннем творчестве Б. Рассела. Вместе с тем сама концепция логики у Б. Рассела имеет принципиальные различия в разные периоды его творчества.

Ключевые слова: Б. Рассел, философия математики, логицизм, логика.

Введение. Бертран Рассел (1872–1970) – британский философ, логик, эссеист и социальный критик, президент Аристотелевского сообщества в 1911–1913 гг., наиболее известный своими работами в области математической логики и аналитической философии. Одним из наиболее значительных событий в возникновении аналитической философии был отказ Рассела от идеалистической философии математики, изложенной в его «Об основах геометрии» в 1897 г. [16] в пользу логицизма, который он представил в работе «Принципы математики» [17]. Язык Рассела в «Принципах математики» носит революционный характер. Сам он характеризует значимость результатов своих исследований так: «тот факт, что вся математика является символической логикой, является одним из величайших открытий нашего века» [17], открытием, которое положит начало новой эре в философии (а также является «смертельным ударом по философии Канта» [20, p. 379]).

Но в чем именно заключалась эта революция? Какие философские повороты нужно было сделать Расселу, чтобы проделать путь от его идеалистической философии геометрии к логицизму? Каков был его путь к логицизму?

При описании своего философского развития сам Рассел часто подчеркивал важность встречи с Дж. Пеано в августе 1900 г.: «международный философский конгресс стал поворотным моментом в моей интеллектуальной жизни, потому что там я встретил Пеано» [18, pp. 144–145]. По этой причине многие исследователи заключают, что Рассел принял логицизм только после знакомства с Пеано. Так, И. Прупс отмечает: «Интерес Рассела к открытию фундаментальных основ математики не зависит и исторически предшествует его убеждению в том, что ее основа логична. <…> Ничего из написанного им не позволяет сделать вывод, что

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 22-28-00126).

он ожидает, что фундаментальные идеи и принципы математики должны быть логичными по своему характеру» [15, p. 277]. Ряд исследователей (в первую очередь, это Н. Гриффин [8; 9], А. Льюис [19], Г. Мур [20], И. Прупс [15]) исследуют эволюцию взглядов Рассела, разделяя этот путь на этапы и анализируя переходы между этими этапами. Вместе с тем есть основания полагать, что путь Рассела к логицизму был намного короче. Так, американский исследователь Дж. Хейс полагает, что «количество существенных философских изменений, которые Рассел внес, чтобы перейти от "Об основах геометрии" к логицизму, было на удивление небольшим» [11, p. 302]. Более того, Хейс утверждает, что в каком-то смысле Рассел уже был логицистом даже при написании работы «Об основах геометрии».

Данная статья посвящена детальному рассмотрению этой непопулярной точки зрения. Анализ развития философско-математической позиции Рассела представляет большой интерес и актуальность с точки зрения истории философии: высказанные им идеи повлияли на многие разделы философии. Не будет преувеличением сказать, что по прошествии целого столетия интерес к работам Рассела не ослабевает, и они до сих пор продолжают оказывать весьма существенное влияние на развитие математики и логики. Кроме того, анализ логицизма Рассела интересен в свете развития современной программы философии математики неологицизма: некоторые ее представители делают попытку возродить идеи Рассела [13; 14].

Какова была философская мотивация логицизма Рассела? На этот вопрос было получено множество ответов. Прупс [15] утверждал, что философская мотивация логицизма заключалась в том, чтобы дать представление о фундаментальной природе математики, акцентирующее ее определенность и точность. Хилтон выделяет важную роль логицизма в опровержении идеализма [12]. Гриффин утверждает, что логицизм мотивирован желанием Рассела обеспечить определенность и необходимость математики [8]. Вместе с тем интерпретации Прупса, Хилтона и Гриффина являются результатом анализа разработанной и опубликованной версии логицизма Рассела в «Принципах математики» и позже. Интерпретация Хейса интересна тем, что он задает вопрос о мотивации логицизма Рассела не перспективно, а ретроспективно: какие изменения необходимо было бы внести в философско-математическую позицию Рассела 1897 г., чтобы прийти к логицизму?

Для того чтобы обосновать свою позицию, Хейс выделяет три необходимых этапа: во-первых, разъяснение самого понятия «логицизм» (сам Хейс отличает общую идею логицима от формулировки логицизма Расселом в «Принципах математики»). Во-вторых, демонстрация того, что «в начале пути Рассела к логицизму он был гораздо ближе к цели, чем часто признается» [11, p. 304]. Так, Хейс утверждает, что интуиция играет очень скромную роль в философии математики в «Об основах геометрии» и что позиция Рассела в этой работе на самом деле является нестандартным видом «логицизма», в котором используется концепция логики как трансцендентальной. На третьем этапе исследования Хейс излагает три поворота, которые Рассел должен был сделать, чтобы перейти к подлинному логицизму, и показывает, что все три были сделаны уже в 1898–1899 гг. В данной статье мы детально рассмотрим два первых этапа.

Что такое логицизм? Ответ на вопрос «Каким был путь Рассела к логицизму?» требует сначала прояснения того, что такое логицизм. В «Принципах математики» Рассел определяет свой логицизм как утверждение, что «вся математика выводима из символической логики». Также он говорит, что чистая математика – это не что иное, как «формальная» логика, или «общая» логика. Рассел утверждает, что «вся чистая математика имеет дело исключительно с понятиями, определяемыми в терминах очень небольшого числа фундаментальных логических понятий, и все ее предложения выводимы из очень небольшого числа фундаментальных логических принципов … Вся математика выводима с помощью логических принципов из логических принципов» [17].

Итак, программа логицизма включает в себя следующее: все неопределимые понятия чистой математики являются логическими понятиями; все недоказуемые утверждения являются логическими принципами; все математические рассуждения выводимы с помощью логических принципов. Логический взгляд на математические рассуждения противоречит мнению о том, что «априорные интуиции предоставляют методы рассуждения и вывода, которые не допускает формальная логика», и что математические рассуждения требуют этих интуитивных методов [17]. Точно так же логицизм в отношении неопределимого и недоказуемого противоречит мнению о том, что некоторые математические неопределимые или недоказуемые понятия и утверждения познаваемы только через интуицию, где интуиция противопоставляется логическим способам познания. Позиция Рассела в «Принципах математики» является логицистской в этом смысле. Действительно, в этой версии логицизма есть много особенностей, которые зависят от системы логики, разработанной Расселом после его встречи с Пеано осенью 1900 г. Выделим три особенности: кардинальные числа определяются через равночисленные классы; строгие доказательства всех математических предложений вытекают из принципов теорий предложений, классов и отношений; общность логики формулируется в терминах переменных. Ни одна из этих трех черт не появляется в философии Рассела до осени 1900 г. Однако Хейс утверждает, что ни одна из этих специфических особенностей не является существенной составляющей общего понятия логицизма: он отделяет его от конкретного способа, которым Рассел реализует выполнение этих особенностей в своей программе. Рассмотрим каждую из этих трех особенностей по очереди.

Во-первых, в «Принципах математики» Рассел определяет кардинальные числа как классы равночисленных классов. Рассел принял это определение примерно в марте 1901 г. и впервые изложил это определение в своей статье «Логика отношений» (The Logic of Relations With Some Applications to the Theory of Series в [19]). Однако Хейс отмечает, что общее понятие логицизма не требует такого определения. Он указывает на статью «Недавняя работа о принципах математики» (Recent Work on the Principles of Mathematics в [19]), написанную в январе 1901 г., в которой приверженность Рассела идеям логицизма становится очевидной, однако она не содержит такого определения числа и фактически была написана, когда Рассел все еще считал кардинальное число неопределимым. Это наблюдение Хейса не соответствует утверждению Гриффина о том, что Рассел не мог быть логицистом при написании работы в 1898 г. (An Analysis of Mathematical Reasoning в [19]), поскольку там он считал число неопределимым. Гриффин [10] также утверждает, что Рассел не мог быть логицистом в октябре 1900 г., поскольку он еще не разработал свое определение кардинального числа как равнозначных классов. Однако этот тезис противоречит тому факту, что в работе 1901 г. (Recent Work on the Principles of Mathematics) Рассел высказывает свою логицистскую позицию, даже несмотря на то, что она не содержит определения кардинального числа.

Во-вторых, обоснование логицизма требует строгих доказательств из логических аксиом с использованием логических способов вывода всех фундаментальных положений математики (наряду с демонстрацией того, что этих фундаментальных положений достаточно для доказательства всех теорем чистой математики). В «Принципах математики» Рассел утверждает, что такие доказательства могут быть даны с использованием принципов теории пропозиций, классов и отношений [19], к которой он обратился только после встречи с Пеано. Однако Хейс отмечает, что «философ может быть логицистом, даже если он не проводил эти доказательства, и даже если у него нет определенного представления о том, как эти доказательства могут быть выполнены» [11, p. 306]. Он приводит в пример Лейбница и Вольфа, которые полагали возможным логическое доказательство всех положений математики только из определений, хотя Лейбниц не смог сформулировать необходимые определения и доказательства, которые удовлетворили бы хотя бы его самого. Даже в «Принципах математики» Рассел только утверждает, что строгие доказательства могут быть даны (в обещанном втором томе, которым стала Principia Mathematica [3; 4; 5] семь лет спустя), хотя он признает, что на самом деле не знал, как будут проходить эти доказательства. И Хейс делает вывод: «ответ на вопрос “Что нужно было сделать Расселу для обоснования логицизма?”, очевидно, привел бы к принятию Расселом его новой символики, вдохновленной Пеано (и работами многих других). Но ответ на вопрос “Какие повороты нужно было сделать Расселу, чтобы принять логицизм?” не нужен» [11].

В-третьих, общее понятие логицизма не подразумевает каких-либо конкретных взглядов на то, что такое логика. Даже в «Принципах математики» Рассел по-разному описывал логику как «символическую», «формальную» и «общую», хотя нет ни последовательного анализа этих трех понятий, ни аргументов, показывающих, что эти три понятия эквивалентны. Более того, концепция логики Рассела продолжала меняться в течение десятилетий после написания «Принципов математики», вместе с тем он продолжал придерживаться логицизма. Хейс высказывает даже такое положение, что «логицизм, несомненно, должен быть независимым от какой-либо конкретной концепции логики, и можно обосновать логицизм, даже не имея ясного представления относительно природы самой логики» [11, p. 307]. До 1901 г. Рассел не отождествлял логику с символической логикой; фактически после того, как он отказался от трансцендентальной логики в начале 1898 г., до 1901 г. он не пытался разработать определенную концепцию логики. Но есть основания считать, что это не дисквалифицирует его точку зрения как логицизм, даже если это плохо сформированная версия логицизма.

Вместе с тем есть одно ограничение, которое логицизм накладывает на используемую логику, если логицизм должен быть сродни позиции, которую Рассел представляет в «Принципах математики» и Principia Mathematica. В этих работах Рассел характеризует логику как «формальную», «общую» и «символическую». «Формальная» или «[чистая] общая» логика противопоставлялась в «Критике чистого разума» Канта «трансцендентальной» логике: «общая логика отвлекается, как мы показали, от всякого содержания познания, то есть от всякого отношения его к объекту, и рассматривает только логическую форму в отношении знаний друг к другу, то есть форму мышления вообще. Но так как существуют не только эмпирические, но и чистые наглядные представления (как это доказывает трансцендентальная эстетика), то можно ожидать и [в мышлении] различия между чистым и эмпирическим мышлением предметов. В таком случае должна существовать логика, отвлекающаяся не от всего содержания знания; в самом деле, та логика, которая исследовала бы только правила чистого мышления о предмете, должна исключать все знания с эмпирическим содержанием; она должна также исследовать происхождение наших знаний о предметах, поскольку оно не может быть приписано предметам» [2, с. 104]. Поскольку Рассел использует эти кантовские термины в «Об основах геометрии», в «Принципах математики» и в других работах 1898–1899 гг., будет полезно прояснить разницу между «чистой общей», «формальной» и «трансцендентальной» логикой. «Чистая общая» логика, согласно Канту, дает правила мышления, которые являются как априорными, так и применимыми ко всему мышлению вообще. «Формальная» логика дает правила, применимые к мышлению в абстрагировании от его содержания. Кант считает, что чистая общая логика – это формальная логика. Затем он противопоставил эту формальную логику трансцендентальной логике, которая «касается происхождения нашего познания объектов в той мере, в какой это не может быть приписано объектам». Это дает условия для познания объекта. Чтобы понять развитие Рассела, важно отметить, что хотя Кант считал, что чистая общая логика идентична формальной логике, многие философы (включая Рассела) считали, что чистая общая логика на самом деле идентична трансцендентальной логике, а не формальной логике.

При определении того, считается ли некоторая философия математики «логицистской» (и в каком смысле), необходимо определить, является ли логика, которая предназначена для обоснования математики, чистой общей логикой, и если да, то считается ли эта чистая общая логика формальной или трансцендентальной. Позиция Рассела по этим вопросам меняется. В «Об основах геометрии» геометрия основана на чистой общей логике, которая понимается как трансцендентальная логика. В 1898–1899 гг. Рассел основывает математику на чистой общей логике, но больше не считает эту логику трансцендентальной. В «Принципах математики» математика основана на чистой общей логике, которая теперь идентифицируется как «формальная» (хотя характеристика «формальной» логики Рассела остается неразработанной).

Таким образом, в логицизме неопределимые понятия, недоказуемые предложения и правила вывода чистой математики должны быть основаны на чистой, общей логике, понимаемой в нетрансцендентальном смысле. Соответственно, путь Рассела к логицизму требовал отказа от трансцендентальной логики.

«Логицизм» в «Об основах геометрии». При написании «Об основах геометрии» Рассел еще не был сторонником логицизма. Тем не менее Хейс утверждает, что он уже тогда считал, что чистая математика может быть выведена из «логики» и находит множество идей логицизма в этой работе.

Основным аргументом в «Об основах геометрии» является «трансцендентальное доказательство» аксиом проективной геометрии и общей метрической геометрии на том основании, что они являются необходимыми условиями для вынесения эмпирических суждений о мире разнообразных физических объектов. Этот аргумент можно разделить на три этапа. Во-первых, Рассел утверждает, что опыт возможен только при наличии некоторой «формы внешнего» (form of externality). Во-вторых, если существует форма внешнего, то аксиомы проективной геометрии и общей метрической геометрии должны быть верны для нее. В-третьих, этих аксиом достаточно для вывода всех теорем проективной геометрии и общей метрической геометрии. Рассел излагает свои аргументы в пользу своего первого шага следующим образом: «В любом мире, в котором восприятие представляет нам различные вещи с различимым и дифференцированным содержанием, в восприятии должен быть, по крайней мере, один “принцип дифференциации”, то есть некоторый элемент, с помощью которого представленные вещи определяются как различные. Этот элемент, взятый изолированно и абстрагированный от содержания, которое он дифференцирует, мы можем назвать формой внешнего» [16, p. 136].

Таким образом, утверждать, что существует некая форма внешнего, равносильно утверждению, что возможно осознавать – через опыт, а не через умозаключения, и не через какие-либо внутренние различия, – что существуют численно различные вещи, которые находятся в некотором отношении. В нашем опыте формой внешнего является пространство, но Рассел подчеркивает, что его трансцендентальное доказательство устанавливает только то, что в опыте есть нечто, что выполняет функцию формы внешнего. Рассел утверждает, что опыт, являясь эмпирическим знанием, зависит от суждения, которое, по сути, является «осознанием многообразия в отношении или, если угодно, идентичности в различии» [16, p. 184]. Но не может быть никакого пути от восприятия к суждению, если в восприятии уже не существует сознания численно различных вещей, состоящих в отношениях.

Рассел представляет свой аргумент как пересмотр Трансцендентальной эстетики Канта, и он приходит к выводу, что аргумент Канта – который является правильным в том, что реальное разнообразие в нашем реальном мире может быть познано только с помощью пространства, – ошибался только в том, что упускал из виду возможность других форм внешнего. Однако Хейс считает, что «примирительные замечания Рассела в адрес Канта могут ввести в заблуждение» [11, p. 310]. В частности, учитывая более позднее утверждение Рассела о том, что философия геометрии Канта неразрывно связана с доктриной о том, что математические рассуждения не являются строго дедуктивными, но зависят от методов рассуждения, предоставляемых априорными интуициями, и следовательно, от интуиции фигуры, Коффа [6, p. 255] распространяет это высказывание и на «Об основах геометрии». Но Рассел фактически утверждает, что все три шага его аргументации полностью дедуктивны: «Я хочу указать, что проективная геометрия полностью априорна; что она имеет дело с объектом, свойства которого логически выводятся из его определения, а не эмпирически обнаруживаются из данных <…>, и что вся наша наука, следовательно, логически подразумевается и выводится из возможности такого опыта» [16, p. 146]. И далее: «Эти три аксиомы могут быть выведены из концепции формы внешнего и ничем не обязаны доказательствам интуиции. Следовательно, они, как и их эквиваленты, являются аксиомами проективной геометрии, априорными и выводимыми из условий пространственного опыта» [16, p. 149]. И Хейс делает вывод: «Какую бы роль ни играла интуиция в “Об основах геометрии”, она заключается не в выводе аксиом геометрии и не в демонстрации ее теорем на их основе» [11, p. 311].

Очевидно, что Рассел не может успешно обосновать свое утверждение о том, что теоремы проективной и общей метрической геометрии могут быть выведены из аксиом, которые сами по себе могут быть выведены из существования формы внешнего. Как понятие «форма внешнего», так и его аксиомы проективной и общей метрической геометрии окружены неопределенностью. Работа Рассела по аксиоматизации проективной геометрии еще только предстояла и во многом состоялась благодаря его обращению к работам Паша, Пьери и Пеано. Кроме того, для того чтобы показать, что все теоремы проективной и общей метрической геометрии выводятся из предложенных им кандидатов в аксиомы, необходима развитая теория дедукции, которую Рассел разработал после встречи с Пеано. Тем не менее Рассел мог утверждать (и утверждал), что проективная и общая метрическая геометрия могут быть выведены из существования формы внешнего, несмотря на то, что его логика была недостаточно развитой, чтобы подтвердить его вывод.

В «Об основах геометрии» Рассел настаивает на том, что аксиомы проективной геометрии являются «чисто интеллектуальными», выводимыми из «законов мышления» «общей логики». Описывая аксиомы проективной геометрии, он пишет: «если я не ошибаюсь, будет показано, что проективная геометрия, поскольку она имеет дело только со свойствами, общими для всех пространств, полностью априорна, ничего не берет из опыта и имеет, подобно арифметике, создание чистого интеллекта в качестве своего объекта» [16, p. 118]. При обсуждении правильного понятия априори он пишет: «можно сохранить термин априори для тех допущений или тех постулатов, из которых только и вытекает возможность опыта. Все, что может быть выведено из этих постулатов без помощи опыта, также, конечно, будет априорным. С точки зрения общей логики, законы мышления и категории, с необходимыми условиями их применимости, будут единственными априорными» [16, p. 60]. Проект чисто логического вывода всей проективной геометрии из законов мышления естественным образом согласуется с «логической» характеристикой априори, которой придерживается Рассел в «Об основах геометрии»: «моя проверка априорности будет строго логичной: был бы опыт невозможен, если бы была опровергнута определенная аксиома или постулат? Поэтому мои результаты также будут чисто логическими» [16, p. 3]. Утверждать, что аксиомы проективной геометрии априорны, значит утверждать, что они «логически предполагаются в опыте» [16, p. 2], что они могут быть выведены чисто логически из того факта, что опыт возможен. Из этого ничего не следует относительно субъективности аксиом или их происхождения в уме. Это контрастирует с «ошибочным инспекционистским» взглядом на априори, который Рассел находит у Канта.

В «Принципах математики» Рассел утверждает, что успех или провал философии математики Канта зависит от утверждения, что для математики необходимы нелогичные рассуждения. Многие исследователи полагают, что логически вытекающая необходимость интуиции в математике была частью фундаментального ядра ранней кантовской философии геометрии Рассела. Однако Хейс считает, что путь Рассела от кантовской философии геометрии к логицизму не очень правильно обозначается «кризисом интуиции», как это делает Гриффин [9]. Гриффин отмечает, что развитие Рассела в 1890-х гг. очень интересно по той причине, что «в течение семи лет он переходит от полнокровной кантианской позиции, которая была общепринята в начале века, к полному отказу от Канта, позиции, которая не была распространена даже среди передовых математиков того времени» [9, p. 99]. Хейс же утверждает, что роль интуиции в «Основах геометрии» на удивление невелика. Так, можно вывести чисто логически из законов мышления, что возможно осознанное восприятие численно различных вещей. Эти численно различные вещи должны быть объектами восприятия, а не просто объектами мышления, и их числовое различие должно быть ощутимым, а не просто результатом умозаключения. Из логики и только с помощью логики мы выводим существование чего-то, что само по себе не является чисто концептуальным. Но те особенности численно различных вещей, которые воспринимаются, а не выводятся (кроме того, что они различны), на самом деле не имеют отношения к чистой математике. Более того, Расселу безразлично, воспринимается ли числовое разнообразие, которое должно существовать в восприятии, через чистую интуицию или просто через ощущение. И Хейс делает вывод: «должно быть очевидно, что в “Об основах геометрии” интуиция не играет абсолютно никакой роли в обеспечении априорных истин некоторого пути проверки» [11, p. 314]. Аксиомы проективной и общей метрической геометрии «ничем не обязаны доказательствам интуиции» [16, p. 148]. Таким образом, концепция логики в «Об основах геометрии» является своеобразной: сама логика демонстрирует необходимость наличия некоторого нелогического элемента в нашем знании. Для Рассела этот пункт обобщается на все науки. Каждая наука демонстрирует необходимость какой-то дополнительной науки, которая разрешает некоторую напряженность или противоречие, которые присутствовали бы, если бы наше знание включало только первую науку. В частности, наука геометрии без науки механики противоречива, поскольку она характеризует точки как численно различные, несмотря на то, что они качественно идентичны [16]. Это диалектическое восхождение через науки демонстрирует, насколько отличается концепция чистой общей логики Рассела в «Об основах геометрии» и «Принципах математики», а также, насколько отличается взгляд Рассела на логику от собственного понимания Кантом трансцендентальной логики. Таким образом, более полное описание деталей пути Рассела к логицизму объяснило бы не только то, как он пришел к мысли о логике не трансцендентальным образом, но и то, как он убедился, что логика и чистая математика по своей сути не противоречат друг другу, если рассматривать их в отрыве от их приложений в естественных науках. Впрочем, по мнению Хейса, тезис о том, что путь Рассела к логицизму был намного короче, чем часто считается, может быть доказан даже без подробных и разнообразных размышлений Рассела о предполагаемых антиномиях логики, пространства и материи.

Несмотря на все это, «логицизм» в «Об основах геометрии» не является собственно логицизмом, поскольку «общая логика», из законов которой выводятся проективная и общая метрическая геометрия, является «трансцендентальной логикой» (вместе с тем Хейс отмечает, что «было бы неверно утверждать, что Рассел в “Об основах геометрии” выводит чистую геометрию из трансцендентальной, в отличие от формальной логики. Рассел выводит чистую геометрию из “общей логики”, которая дает наиболее общие условия познания объекта опыта» [11, p. 315].

Заключение. Исследование Хейса действительно идет вразрез с классической характеристикой этапов творчества Рассела. Более того, оно противоречит и самому Расселу, который отмечал следующее: «пока я не добрался до Пеано, мне никогда не приходило в голову, что символическая логика может быть полезна для Принципов математики» [7, p. 133]. Однако Хейс утверждает, что это не так: Рассел уже был привержен логицизму в 1898–1899 гг., после того как познакомился с работами А. Уайтхеда по алгебре и новыми идеями Мура о суждении и истине. Он обращается к работам переходного периода Рассела 1898–1899 гг. и старается обосновать, что Рассел в некотором смысле поддерживал логицизм еще до встречи с Пеано.

Выдвигаемые Хейсом идеи имеют основания. Действительно, многие положения логицизма эксплицитно не высказываются в «Об основах геометрии», но присущи ранней философии математики Рассела. Обосновано и разделение общей идеи логицизма и программы логицизма (включающей конкретные задачи и способы их достижения). Так, на протяжении истории философии математики выдвигались разные программы логицизма и все они отличались по своей формулировке, методам и целям. Эти программы иногда имели настолько большие различия, что П. Бенацерраф назвал Г. Фреге не только первым, но и последним логицистом [1] в том смысле, что никто из последующих «логицистов» не придерживался исходной позиции Г. Фреге. Однако видится уместным различать программы логицизма (указывая на того или иного автора программы), но иметь общее представление о том, что такое логицизм. Те основные, общие для всех видов логицизма характеристики, которые выделяет Хейс (в этом он не оригинален), действительно присущи ранним работам Рассела, несмотря на отсутствие соответствующей терминологии и программных установок. Однако множество идей Рассела этого периода не имеют ничего общего с логицизмом и скорее спорят с ним. Понимание Расселом логики (ее сути, задач, методологии) претерпело значительные изменения в период между написанием «Об основах геометрии» и «Принципов математики». Идея Хейса заключается в том, что многие положения философии математики Рассела должны были быть изменены, чтобы привести его к логицизму, но основа логицистских установок была заложена уже в «Об основах геометрии». При детальном анализе мы находим множество подтверждений этому тезису. Вместе с тем отметим, что наличие идей логицизма в философии математики периода «Об основах геометрии» не позволяет считать эту программу логицизмом.

Список литературы

1. *Бенацерраф П.* Фреге: последний логицист. Логика, онтология, язык / сост., пер. и предисл. В. А. Суровцева. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2006. С. 193–219.

2. *Кант И.* Критика чистого разума / пер. с нем. Н. О. Лосского. М. : Наука, 1999. 655 с.

3. *Уайтхед А., Рассел Б.* Основания математики : в 3 т. Т. I / пер. с англ., под ред. Г. П. Ярового, Ю. Н. Радаева. Самара : Изд-во Самарский университет, 2005. С. 722 с.

4. *Уайтхед А., Рассел Б.* Основания математики : в 3 т. Т. II / пер. с англ., под ред. Г. П. Ярового, Ю. Н. Радаева. Самара : Изд-во Самарский университет, 2006. С. 738 с.

5. *Уайтхед А., Рассел Б.* Основания математики : в 3 т. Т. III / пер. с англ., под ред. Г. П. Ярового, Ю. Н. Радаева. Самара : Изд-во Самарский университет, 2006. 448 с.

6. *Coffa A.* Russell and Kant // Synthese. 1981. № 46. Pp. 247–263.

7. *Grattan-Guinness I.* Dear Russell, Dear Jourdain: A Commentary on Russell's Logic, Based on His Correspondence with Philip Jourdain. London : Duckworth, 1977. 234 p.

8. *Griffin N.* Russell on the Nature of Logic (1903–1913) // Synthese. 1980. № 45 (1). Pp. 117–188.

9. *Griffin N.* Russell's Idealist Apprenticeship. Oxford : Clarendon Press, 1991. 424 p.

10. *Griffin N.* The Prehistory of Russell's Paradox. One hundred years of Russell's paradox: mathematics, logic, philosophy / ed. by G. Link. Berlin; New York : De Gruyter, 2004. Pp. 349–373.

11. *Heis J.* Russell's Road to Logicism // Innovations in the History of Analytical Philosophy. 2017. Pp. 301–332.

12. *Hylton P.* Russell, Idealism, and the Emergence of Analytic Philosophy. Oxford : Oxford University Press, 1990. 420 p.

13. *Klement K.* Neo-logicism and Russell's logicism // Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies. 2012. № 32 (127). Pp. 127–152.

14. *Linsky B., Zalta E.* What is Neologicism? // The Bulletin of Symbolic Logic. 2006. № 121. Pp. 60–99.

15. *Proops I.* Russell's Reasons for Logicism // Journal of the History of Philosophy. 2006. № 44 (2). Pp. 267–292.

16. *Russell B.* An Essay on the Foundations of Geometry. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2018. 286 p.

17. *Russell B.* Principles of Mathematics. Cambridge : Cambridge University Press, 1903. 534 p.

18. *Russell B.* The Autobiography of Bertrand Russell. Vol. 1. London : Allen & Unwin, 1967. 356 p.

19. *Russell B.* The Collected Papers of Bertrand Russell. Vol. 2 / eds. Nicholas Griffin and Albert C. Lewis. London : Unwin Hyman, 1983. 704 p.

20. *Russell B.* The Collected Papers of Bertrand Russell. Vol. 3 / ed. Gregory H. Moore. New York : Routledge, 1993. 968 p.

B. Russell's Philosophy of Mathematics before Logicism

Oleinik Polina Ivanovna

PhD in Philosophical Sciences, researcher at the Laboratory of Transdisciplinary Studies of Cognition, Language and Social Practices of the Faculty of Philosophy, National Research Tomsk State University.
Russia, Tomsk. E-mail: polina-grigorenko@mail.ru

Abstract. The analysis of B. Russell's philosophy of mathematics does not lose its relevance due to the emergence of new modern programs of philosophy of mathematics. This article explores the intellectual path of B. Russell in the transition from Kant's philosophy of geometry, presented in his dissertation "On the foundations of Geometry" in 1897, to his position in the work "Principles of Mathematics" in 1903, where for the first time the ideas of B. Russell's logicism are explicitly presented, according to which all mathematics is derived from formal logic. The problematic question is whether the transition is really B. Russell's transition from Kantianism in the philosophy of mathematics to logicism was a cardinal change in the philosophical and mathematical paradigm. The purpose of the study is to analyze the evolution of B. Russell's philosophical and mathematical views. The research uses historical and philosophical analysis and historical and philosophical reconstruction, methods of comparative and interpretive analysis. The argumentation of J.'s statement is analyzed. Hayes says that B. Russell, when writing "On the Foundations of Geometry", was already committed to a kind of "logicism" that does not correspond to the traditional interpretation of his work. The expediency of separating the general concept of logicism and the specific tasks to be performed by this program is argued. It is also shown that intuition plays a small role in Russell's early philosophy of mathematics. It is revealed which ideas of B. Russell should be revised and excluded in order for B. Russell to accept logicism. It is shown that the concept of logic in B. Russell's early philosophy of mathematics does not correspond to the goals and objectives of logicism. At the same time, it is demonstrated that, regardless of the logic used, the position of B. Russell can conform to the spirit of logicism (but is unable to fulfill its tasks). It is concluded that some basic ideas of logicism are expressed in the early work of B. Russell. At the same time, the very concept of logic in B. Russell has fundamental differences in different periods of his work.

Keywords: B. Russell, philosophy of mathematics, logicism, logic.

References

1. *Benacerraf P. Frege: poslednij logicist. Logika, ontologiya, yazyk* [Frege: the last logician. Logic, ontology, language] / comp., transl. and preface by V. A. Surovtsev. Tomsk. Publishing House of Tomsk University. 2006. Pp. 193–219.

2. *Kant I. Kritika chistogo razuma* [Critique of pure reason] / transl. from German by N. O. Lossky. M. Nauka (Science). 1999. 655 p.

3. *Whitehead A., Russell B. Osnovaniya matematiki : v 3 t. T. I* [Foundations of Mathematics : in 3 vols. Vol. I] / transl. from English, ed. by G. P. Yarovoy, Yu. N. Radaev. Samara. Samara University Publishing House. 2005. 722 p.

4. *Whitehead A., Russell B. Osnovaniya matematiki : v 3 t. T. II* [Foundations of Mathematics : in 3 vols. Vol. II] / transl. from English, ed. by G. P. Yarovoy, Yu. N. Radaev. Samara. Samara University Publishing House. 2006. 738 p.

5. *Whitehead A., Russell B. Osnovaniya matematiki : v 3 t. T. III* [Foundations of Mathematics : in 3 vols. Vol. III] / transl. from English, ed. by G. P. Yarovoy, Yu. N. Radaev. Samara. Samara University Publishing House. 2006. 448 p.

6. *Coffa A.* Russell and Kant // Synthese. 1981. No. 46. Pp. 247–263.

7. *Grattan-Guinness I.* Dear Russell, Dear Jourdain: A Commentary on Russell's Logic, Based on His Correspondence with Philip Jourdain. London : Duckworth, 1977. 234 p.

8. *Griffin N.* Russell on the Nature of Logic (1903–1913) // Synthese. 1980. No. 45 (1). Pp. 117–188.

9. *Griffin N.* Russell's Idealist Apprenticeship. Oxford : Clarendon Press, 1991. 424 p.

10. *Griffin N.* The Prehistory of Russell's Paradox. One hundred years of Russell's paradox: mathematics, logic, philosophy / ed. by G. Link. Berlin; New York : De Gruyter, 2004. Pp. 349–373.

11. *Heis J.* Russell's Road to Logicism // Innovations in the History of Analytical Philosophy. 2017. Pp. 301–332.

12. *Hylton P.* Russell, Idealism, and the Emergence of Analytic Philosophy. Oxford : Oxford University Press, 1990. 420 p.

13. *Klement K.* Neo-logicism and Russell's logicism // Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies. 2012. No. 32 (127). Pp. 127–152.

14. *Linsky B., Zalta E.* What is Neologicism? // The Bulletin of Symbolic Logic. 2006. No. 121. Pp. 60–99.

15. *Proops I.* Russell's Reasons for Logicism // Journal of the History of Philosophy. 2006. No. 44 (2). Pp. 267–292.

16. *Russell B.* An Essay on the Foundations of Geometry. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2018. 286 p.

17. *Russell B.* Principles of Mathematics. Cambridge : Cambridge University Press, 1903. 534 p.

18. *Russell B.* The Autobiography of Bertrand Russell. Vol. 1. London : Allen & Unwin, 1967. 356 p.

19. *Russell B.* The Collected Papers of Bertrand Russell. Vol. 2 / eds. Nicholas Griffin and Albert C. Lewis. London : Unwin Hyman, 1983. 704 p.

20. *Russell B.* The Collected Papers of Bertrand Russell. Vol. 3 / ed. Gregory H. Moore. New York : Routledge, 1993. 968 p.