

## Феномены симметрии и фрактальности в трансдисциплинарном тренде современного образования

В. А. Тестов<sup>1</sup>, А. А. Бабкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>доктор педагогических наук, профессор, Вологодский государственный университет.  
Россия, г. Вологда. ORCID: 0000-0002-3573-574X. E-mail: vladafan@inbox.ru

<sup>2</sup>кандидат педагогических наук, доцент, Вологодский институт права и экономики ФСИН России.  
Россия, г. Вологда. ORCID: 0000-0001-8033-1747. E-mail: aleksei\_babkin@mail.ru

**Аннотация.** В современном образовании и науке преобладающей тенденцией становится трансдисциплинарный синтез знания. В связи с этим переосмысливаются и ранее известные научные понятия, в частности такие, как симметрия и фрактальность. Феномены симметрии и фрактальности стали одними из лидеров трансдисциплинарного тренда в образовании, синтезатором идей и методов различных дисциплин. Эти понятия являются ведущими в процессах познания человеком гармонии окружающего мира. Цель исследования состоит в обосновании гипотезы о трансдисциплинарной роли феноменов симметрии и фрактальности в современном школьном и вузовском образовании, в интеграции этих двух феноменов в единую трансдисциплинарную концепцию постижения гармонии окружающего мира. Методологической основой исследования являются постнеклассическая методология, синергетическое мировидение, трансдисциплинарный и культурологический подходы. В исследовании также использовалась тринитарная методология.

Симметрия воплощает в окружающем мире устойчивый порядок, а фрактальность в соответствии с тринитарной методологией является необходимым третьим элементом для разрешения противоречия между двумя оппозициями – симметрией (порядком) и хаосом. Эти два феномена взаимно дополняют друг друга, являются основой постижения гармонии мироздания, чем определяется их значение в обучении. По мнению авторов, знакомство с такой единой концепцией будет способствовать формированию научной картины мира обучающихся, а также развитию у них творческих способностей и эстетической составляющей личности.

**Ключевые слова:** симметрия, самоподобие, фрактальность, трансдисциплинарность, хаос, порядок, золотое сечение.

В образовании и науке в настоящее время преобладающей тенденцией становится более глубокий, чем междисциплинарный, трансдисциплинарный синтез знания, выходящий на новый, более высокий уровень познания. Нарождается новая универсальная методология, способная решать сложные междисциплинарные проблемы природы и общества. Появляются трансдисциплинарные концепции (кибернетика, синергетика, искусственный интеллект и др.) и трансдисциплинарные категории, которые отличает принципиальное игнорирование междисциплинарных границ.

Переосмысливаются и ранее известные научные понятия, их роль в образовании. Становится ясной трансдисциплинарная роль таких понятий, как число, величина, вероятность и др. По мнению авторов, к числу таких трансдисциплинарных понятий относятся феномены симметрии и фрактальности, тесно связанные с понятиями гармонии и красоты мироздания. Такой взгляд является новым научным видением этих феноменов.

Задача исследования – обоснование тесной взаимосвязи этих понятий в мироздании, возможности их интеграции в единую трансдисциплинарную концепцию.

Гармония мира в человеческом сознании является продуктом отражения реально существующих некоторых свойств объектов. Благодаря гармонии в сознании у человека развивается эстетическая культура, способность к творчеству, складывается понимание красоты окружающей природы и творений человеческих рук. Гармония мироздания по-своему освещается в каждой науке. В частности, она находит отражение в универсальности математических теорем и формул. Математика как наука сама по себе является стройной, гармоничной системой теорем, методов и задач. Но она также является и уникальным средством для описания гармонии окружающего мира. Изучая математику, учащиеся постигают всё новые элементы гармонии мира, продвигаясь к ее созиданию в окружающем мире.

Особым вниманием ученых с древних времен пользуются феномены симметрии и золотого сечения. В науке симметрия обычно отождествляется с порядком в окружающем мире, а в искусстве – с гармонией человеческих творений. В настоящее время феномен симметрии широко применяется в различных науках: физике, химии, кристаллографии, психологии и др.

В последние десятилетия во многом благодаря трудам Б. Мандельброта в дополнение к гармонии симметрии открылась природная гармония фракталов. Помимо разных видов человеческого творчества данное явление обнаруживается повсюду в природе, как в живой, так и неживой, и тесно связано с законами гармонии. Фракталы порождают оригинальные картины, похожие на произведения абстрактной живописи.

Фрактальные множества, их эстетика и гармония способствуют появлению нового взгляда на привлекательность математики. Фракталы содействуют возникновению и развитию способности «видеть» математические закономерности в окружающем мире. Новая фрактальная графика привлекает внимание обучающихся, а программные средства позволяют им проявить в создании фракталов настоящее творчество.

Следует отметить, что процесс познания человеком гармонии мира, самоорганизация его знания представляют собой сложную, слабо изученную процедуру. В этом процессе феномены симметрии и фрактальности являются определяющими. Цель нашего исследования состоит в обосновании трансдисциплинарной роли феноменов симметрии и фрактальности в школьном и вузовском образовании, в интеграции этих двух феноменов в единую трансдисциплинарную концепцию постижения гармонии окружающего мира. Знакомство с такой единой концепцией будет способствовать формированию научной картины мира обучающихся, а также развитию у них творческих способностей и эстетической составляющей личности.

**Обзор литературы.** Проблема роли математических понятий в постижении мироздания, в достижении им гармонии рассматривалась во многих работах. Древнегреческие ученые порядок в окружающем мире называли космосом, оппозицией к которому являлся хаос. С древнейших времен важнейшим понятием, лежащим в основе гармонии мира, считался феномен симметрии. Как отмечал известный немецкий математик Г. Вейль, «симметрия... является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство» [6].

В литературе помимо зеркальной и центральной симметрии рассматриваются и другие виды симметрии, такие как поворотная симметрия, винтовая (устройство кожуры ананаса) и т. д. В упомянутой книге Г. Вейль под симметрией понимает инвариантность определенных свойств объекта при выполнении преобразований некоторого класса. Эти преобразования могут быть самых разных видов. В этой книге Г. Вейль, в частности, рассмотрел симметрию орнаментов и узоров. Анализируя узоры, он отмечает: «Операция, относительно которой данный узор остается неизменным, не обязательно должна быть движением, она может быть и подобием» [6]. В качестве примера Г. Вейль приводит симметрию относительно преобразования растяжения, у которой в мире природы есть олицетворение в виде реальной раковины.

Идеи симметрии в настоящее время широко применяются не только в математике, но и в самых разных научных областях (кристаллографии, квантовой физике и др. [15; 24; 29; 30], в том числе и образовании [25]). Большое внимание авторов, кроме понятия симметрии, привлекает близкое ему понятие «золотое сечение». Это соотношение деления отрезка на две части равно числу  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,6180339\dots$ , которое обычно обозначают греческой буквой  $\Phi$ . Этому удивительному понятию немецкий ученый Адольф Цейзинг в 1855 г. дал новую жизнь. В своей работе «Aesthetische Forschungen» он представил золотое сечение как универсальное понятие для всех явлений и объектов как в природе, в частности в человеческом теле, так и в искусстве, живописи, архитектуре. Современные авторы находят все новые применения этому понятию [5; 11].

Понятие гармонии математических объектов пытались раскрыть ученые-математики, особое внимание придавая присутствию в таком объекте меры порядка. Так, А. Пуанкаре отмечал, что «в систему математических знаний вносит порядок симметрия, понимаемая как гармония отдельных составляющих этой системы, их счастливое равновесие, сообщая ее компонентам внутреннее содержательное единство» [18]. Г. Биркгоф степень гармонии объекта  $M$  предложил находить по формуле:  $M = O/C$ , где  $O$  – степень порядка в объекте, а  $C$  – степень сложности объекта (степень усилий для его понимания) [4].

В последнее время благодаря развитию компьютерной техники и бурному распространению цифровых технологий появилось много исследований, посвященных фракталам [26; 28; 9],

а также их применению в самых разных областях [16; 27]. Целый ряд авторов исследований по методике обучения математике (В. С. Секованов, Е. И. Смирнов, А. А. Бабкин и др.) пишут о различных аспектах изучения фрактальной геометрии обучающимися школ, колледжей и вузов [2; 3; 20]. Ряд авторов отмечает и тот факт, что современные программные средства позволяют учащимся и студентам постепенно включиться в фрактальное творчество и помогают в формировании креативных качеств личности, способствуют формированию и развитию у них творческих способностей [8; 19; 34; 36].

Многие авторы совершенно справедливо относят феномены симметрии и фрактальности к междисциплинарным понятиям и пишут о необходимости при изучении этих понятий применять междисциплинарный подход. В реализации междисциплинарности в образовании большую роль играет математика [17]. Однако в настоящее время междисциплинарность образования выходит на новый, более высокий трансдисциплинарный уровень. Термин «трансдисциплинарность» впервые был предложен Жаном Пиаже [31] полвека назад для обозначения методологии в научных исследованиях будущего, которая со временем выведет науку за рамки границ классических дисциплин. Эту его идею сразу поддержал французский математик А. Лихнерович и некоторые другие ученые. Но широкое распространение этот термин получил лишь в последние полтора десятилетия.

Как отметила Е. Н. Князева, «трансдисциплинарность свойственна исследованиям, которые идут “через”, “сквозь” границы многих научных дисциплин и выходят за их пределы на более высокий уровень» [10]. Свои трактовки терминов «междисциплинарность», «мультидисциплинарность» и «трансдисциплинарность» раскрывает D. Alvargonzales [23]. Проблемы подготовки студентов в вузах с применением трансдисциплинарного подхода изучались разными авторами. В частности, С. Pohl, P. Krutli, M. Stauffacher, L. Modolo поднимают проблему преподавания трансдисциплинарности с учетом уровня образования студентов [32]. Как отмечают В. В. Андреев, Р. Я. Гибадулин, Р. И. Жданов, «трансдисциплинарный подход в учебном процессе в вузах способствует раскрытию творческого потенциала студентов» [1].

Как обосновано в статье [22], будущее страны напрямую зависит от наличия в содержании образования фундаментальной составляющей. В частности, в школе и вузе необходимо знакомить обучающихся с фрактальностью как новым важным направлением в науке, составляющим красоты в математике [21].

**Методы.** В исследовании использовались анализ научной, педагогической и методической литературы, сравнительно-сопоставительный, исторический и логический виды анализа проблемы роли феноменов симметрии и фрактальности в науке и образовании. В качестве методологической основы исследования были использованы трансдисциплинарный и культурологический подходы, синергетическая и тринитарная методология. В соответствии с трансдисциплинарным подходом симметрия и фрактальность рассматриваются в исследовании как структуры в содержании образования, для которых определяющей является их наддисциплинарная роль.

В соответствии с культурологическим подходом феномены симметрии и фрактальности выделены как наиболее значимые, базовые составляющие «всечеловеческой» математической культуры. Эти феномены стали общенаучными, важными для подготовки современных специалистов.

В статье также используется методология, которую называют «тринитарная» и которая находит широкое применение в постнеклассической науке [14]. Этот вид методологии предполагает снятие противоречия между двумя оппозициями, в качестве которых в статье рассматриваются симметрия и хаос. Третий элемент (фрактальность) является необходимым для разрешения противоречия оппозиций, их интеграции, как условие их сосуществования. В некотором смысле обобщением тринитарной методологии является новое направление в философии – нейтрософия, созданное недавно Флорентином Смарандаке [35], которое вместо одного третьего элемента рассматривает целое множество нейтральных элементов. Преимуществом этого философского направления является его опора на целый ряд новых математических теорий, в основе которых лежит нестандартный анализ, созданный Абрахамом Робинсоном [33].

**Результаты.** В полной мере осознать феномены симметрии и фрактальности в современной науке и образовании можно только путем вывода их междисциплинарных связей на новый, более высокий трансдисциплинарный уровень, предполагающий интеграцию теоретико-методологического потенциала естественных и многих других наук. Трансдисципли-

нарный подход в цифровом обществе становится ведущей тенденцией в науке и образовании. Использование трансдисциплинарной методологии позволяет провести целостное исследование сложных объектов, явлений и процессов окружающего мира.

Новое понимание гармонии во Вселенной рассматривается научным сообществом с конца XX в. Основой гармонии с древних времен считался феномен симметрии, который, безусловно, относится к числу трансдисциплинарных понятий. Понятие симметрии характеризуется тем, что при определенных преобразованиях проявляются инвариантность, пропорциональность частей. Но в природе такая инвариантность, пропорциональность частей, а значит, и симметрия не бывает абсолютной. Между тем в математике это понятие, наоборот, определяется с присущей математике точностью. В частности, в геометрии симметрия определяется как свойство фигур при заданном геометрическом преобразовании оставлять без изменения свою форму и характеристики.

Одним из наиболее общих видов симметрии, как отмечалось выше, является преобразование подобия. Необходимо заметить, что понятие «самоподобие» лежит в основе другого важного понятия – понятия фрактальности. Толчок в развитии этого понятия (и возникновение на его базе самостоятельной научной отрасли – фрактальной геометрии, геометрии фракталов) произошел благодаря формированию нового синергетического мировидения, а также бурному развитию программирования и различной компьютерной техники. Сегодня это понятие, а также понятие фрактальной графики стали общеупотребительными.

Слово фрактал было предложено в 1975 г. американским математиком Бенуа Мандельбротом [12]. Он обозначил этим словом структуры, которым были посвящены его исследования. Имеются разные определения фрактальности. Наиболее часто фрактальность определяют через самоподобие. Вообще говоря, самоподобными называются части некоторого объекта, похожие на сам этот объект и друг на друга. Самоподобие является основным характеристическим свойством любого фрактала. Другими словами, содержать информацию обо всем фрактале будет даже незначительная часть всего множества. Идея самоподобия означает, что организация фрактальных структур по иерархическому принципу существенно не меняется при рассмотрении их с различным увеличением. Эти структуры выглядят на малых масштабах в целом так же, как и на больших.

По определению число самоподобий частей фрактала будет стремиться к бесконечности. Но практика показывает, что обычный человек способен различить до семи самоподобий фрактальных множеств. Однако в современную эпоху, применяя специальные инструменты (компьютерные программы и др.), мы можем увидеть значительно большее количество самоподобий.

«Строителем» первых фрактальных множеств принято считать Георга Кантора. Но в те времена (конец XIX – начало XX в.) фракталы могли вызвать лишь неприязнь и отвергались большинством ученых-математиков. Однако ситуация стала постепенно меняться в лучшую сторону, когда красота и эстетическая привлекательность фракталов, которая была давно открыта в симметрии, обнаружили позже, при построении целой плеяды фрактальных множеств (треугольник Серпинского, снежинка Коха и др.).

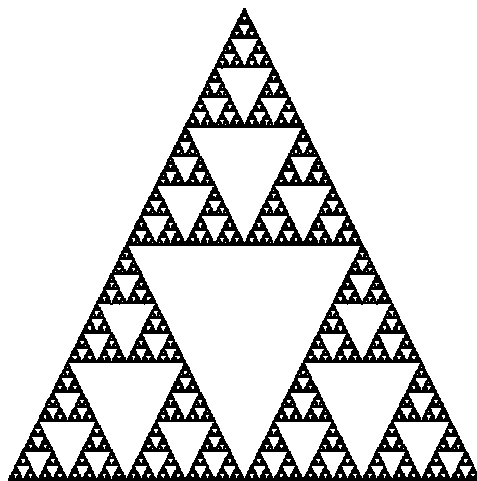


Рис. 1. Треугольник Серпинского

Не случайным является тот факт, что известный в элементарной математике треугольник Паскаля после закрашивания в нем нечетных чисел в один цвет, а четных – в другой цвет превращается в треугольник Серпинского, если число строк в этом треугольнике стремится к бесконечности.

Фрактальность в науке тесно связана с новым мировоззрением, которое получило название синергетического. Это мировоззрение позволило оценить конструктивную роль хаоса, его способность при определенных условиях содействовать самоорганизации сложных систем. Исторически сложилось так, что хаос в классической науке на протяжении столетий относился к дезорганизующим факторам. Поэтому гармония мироздания в науке рассматривалась как замена первородного хаоса порядком. Согласно синергетическому мировидению надо не заменять одно другим, а необходимо научиться правильно использовать конструктивную роль хаоса.

Фрактальность в природе, ее объектах и явлениях является всеобщим принципом организации структуры окружающего мира. Вся наша Вселенная, по последним физическим данным, есть не что иное, как большое количество вложенных друг в друга фрактальных (подобных между собой) уровней материи.

Учебная информация, представленная наглядно в виде самоподобной модели и отражающая в самоподобии наиболее существенные стороны объекта изучения, является доступно воспринимаемой, удобной для работы с этой моделью. Поэтому, создавая искусственные самоподобные модели, мы, в сущности, используем фрактальность геометрии природы для организации восприятия изучаемого объекта. На самом деле самоподобных объектов в окружающем мире намного больше, чем мы представляем: к ним относятся растения и кровеносная система, горы и галактики и т. д.

В математике фрактальные (самоподобные) структуры есть не только в геометрии. В алгебре и теории чисел также есть примеры самоподобных структур. Самоподобие наглядно просматривается уже в самой первой числовой системе, с которой познакомилось человечество в своем историческом развитии – натуральными числами. Первое натуральное число 1 изображается одной черточкой |, число 2 – двумя черточками ||, число 3 – тремя черточками ||| и т. д.

В других случаях самоподобие увидеть немного сложнее. Так, в десятичной записи числа 6,137137371373737137... закономерность самоподобия состоит в определенном чередовании цифр. В записи этого числа найдется комбинация цифр «3737...37» любой конечной длины, заключенная между двумя единицами.

Самоподобные структуры в алгебре и теории чисел могут представляться и многоступенчатыми радикалами:  $\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}}}$  и цепными дробями:  $a + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \dots}}}$ .

Такие примеры самоподобных структур из разных областей математики можно продолжать. В математике построение таких структур обычно называют рекурсией, причем встречаются конечные и бесконечные рекурсии. Например, в школьной математике построение факториала основано на конечной рекурсии:  $\begin{cases} n! = n \cdot (n - 1)!, & \text{если } n > 0 \\ n! = 1, & \text{если } n = 0 \end{cases}$ , а математическая индукция – на бесконечной рекурсии.

Рассмотрим наиболее известный случай численной самоподобной структуры – структуру последовательности чисел Фибоначчи. Как известно, в этой последовательности каждое число, начиная с третьего, образуется из суммы двух предыдущих чисел: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... . Рекурсию в этой последовательности можно задать с помощью рекуррентного соотношения:

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-2} + a_{n-1}, \quad n > 2 \end{cases}$$

Отметим еще одну из особенностей чисел Фибоначчи. Если найти отношение любого числа  $a_n$ , из этой последовательности к предыдущему числу  $a_{n-1}$ , то предел этого отношения при  $n \rightarrow \infty$  будет равен уже знакомому нам числу  $\Phi$  из золотого сечения. Как мы видим, золотое сечение совершенно не случайно называют божественной пропорцией. Это понятие является одним из ключевых не только в гармонии математики, но во всем мироздании, оно встречается в самых разных сферах жизни.

Как отмечалось выше, преобразование подобия (а значит, и самоподобия) является частным случаем преобразования симметрии. Отсюда вытекает, что фрактальность и связанные с ней явления можно считать одним из проявлений симметрии. Примерно такого же понимания симметрии в расширительном смысле придерживается и А. В. Волошинов: «Поскольку симметрия сегодня понимается расширительно как сохранение (инвариантность) некоторой характеристики, то к разновидностям симметрии следует отнести и *пропорцию* как инвариант роста, и *золотое сечение* как геометрическую пропорцию, обладающую аддитивным свойством, и *ритм* как переносную симметрию в пространстве или во времени, и, наконец, *фракталы* как самоподобные структуры» [7].

Фрактальность все шире используется современными науками. Некоторые философы рассматривают фрактальность как одно из наиболее общих фундаментальных свойств бытия [13]. В окружающем мире находится все больше объектов, описываемых на языке фракталов. Фрактальная геометрия – это не только и не столько одно из современных направлений математики, это трансдисциплинарное научное направление, которое проникает в геологию, геохимию, гидродинамику, океанологию, биологию, гидрологию и другие науки. Одно из главных применений фракталов относится к современной компьютерной графике. Таким образом, понятие фрактальности наряду с понятием симметрии является общенаучным, выходящим за рамки отдельных дисциплин на более высокий уровень, стоящий над конкретными дисциплинами. Тем самым это понятие является трансдисциплинарным, и несомненно, что фракталы наряду с симметрией играют определяющую трансдисциплинарную роль не только в науке, но и в гармонии окружающего мира.

По мнению авторов, необходимость познакомить учащихся с фрактальными структурами состоит также и в том, чтобы по возможности в дальнейшем постараться понять и познать нелинейный мир, оценить по-своему значение и красоту хаоса. Кроме того, сам процесс научного постижения мироздания, несомненно, является определяющим для формирования качеств культурного человека современности. Поэтому преподаватели, ведущие вузовский и школьный курсы математики, должны постепенно внедрять и использовать значительный развивающий, методологический и прикладной потенциал геометрии фракталов – этого нового направления в математике и в науке в целом.

Для понимания смысла гармонии в мироздании важное место играют тринитарная методология и нейтрософия. С позиций данных методологий двумя противоположностями в гармонии мироздания выступают симметрия и хаос. Фрактальность является третьим элементом, который необходим для разрешения противоречия этих двух оппозиций, их интеграции, как условие их сосуществования. Феномены симметрии и фрактальности тесно между собой взаимосвязаны, причем не только математически, но и эстетически. Симметрия представляет собой порядок в мироздании, а фрактальность является следствием самоорганизации хаоса окружающего мира или свободы мысли человека.

Как показывает проведенный анализ феноменов симметрии и фрактальности, эти понятия стали лидерами трансдисциплинарного тренда в образовании, синтезатором идей и методов огромного научного потенциала различных дисциплин. Тем самым эти феномены становятся основой переосмысления всей методологической деятельности по трансформации образования.

**Заключение.** Феномены симметрии и фрактальности по своей природе являются трансдисциплинарными, они лежат в основе постижения гармонии мироздания. Как показано в исследовании, симметрия и фрактальность математически взаимно переходят друг в друга, они тесно взаимосвязаны в мироздании, интегрируются в единую трансдисциплинарную концепцию. Отсюда вытекает трансдисциплинарная роль феноменов симметрии и фрактальности в школьном и вузовском образовании. При изучении этих феноменов у студентов формируются трансдисциплинарные умения преодолевать границы конкретных дисциплин, что способствует видению ими целостной картины происходящего процесса, ее научному пониманию.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нем в соответствии с трансдисциплинарным подходом симметрия и фрактальность рассматриваются как структуры в содержании образования, для которых определяющей является их наддисциплинарная роль. Математическое представление соединяет различные фрагменты действительности в единую картину, тем самым способствует преодолению антагонизма между дисциплинарностью и трансдисциплинарностью.

Практическая значимость исследования состоит в том, что интеграция феноменов симметрии и фракталов, их взаимосвязанное изучение способствуют как повышению интереса



школьников и студентов к изучению математики, так и эстетическому воспитанию подрастающего поколения. На основе рассмотренной концепции может быть построена методика изучения данных феноменов в школе и в вузе.

### Список литературы

1. Андреев В. В., Гибадулин Р. Я., Жданов Р. И. Формирование трансдисциплинарного подхода к научной и педагогической деятельности как основная миссия института перспективных исследований // Преподаватель XXI век. 2019. № 2-1. С. 9–22.
2. Бабкин А. А. Фракталы как новые математические объекты для изучения студентами педколледжа через интегративный курс «Элементы фрактальной геометрии» // Вестник Поморского университета. Серия: Физико-математические и психолого-педагогические науки. 2006. № 3. С. 191–195.
3. Байчорова А. А. Введение понятий «фрактал» и «фрактальная геометрия»: некоторые методические аспекты // Проблемы современного педагогического образования. 2018. № 61-2. С. 55–58.
4. Биркгоф Г. Математика и психология / пер. с англ. М. : Сов. радио, 1977. 96 с.
5. Васильев Ю. Н. Общее для «золотого сечения», совершенных, боковых чисел и уравнения Пелля // Вестник науки. 2019. Т. 3. № 7 (16). С. 44–52.
6. Вейль Г. Симметрия. М. : Наука, 1968. С. 37.
7. Волошинов А. В., Шиндель С. В. Гармония – симметрия – красота // Человек. 2017. № 4. С. 81–93.
8. Денисова Л. В., Дженджер В. О. Вокруг треугольника Серпинского. Игра в хаос и программирование в среде SCRATCH // Информатика в школе. 2020. № 4 (157). С. 20–26. DOI: 10.32517/2221-1993-2020-19-4-20-26.
9. Жихарев Л. А. Фрактальные размерности // Геометрия и графика. 2018. Т. 6. № 3. С. 33–48. DOI: 10.12737/article\_5bc45918192362.77856682.
10. Князева Е. Н. Трансдисциплинарные стратегии исследований // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2011. № 10. С. 193–201.
11. Коваленко В. И. «Золотое сечение» и геометрические методы пропорционирования объектов дизайна // Искусство и культура. 2019. № 2 (34). С. 83–90.
12. Мандельброт Бенуа Б. Фрактальная геометрия природы. М. : Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
13. Меньчиков Г. П. Фрактальность – всеобщее свойство бытия // Ученые записки Казанского государственного университета. Гуманитарные науки. 2008. Т. 150. Кн. 4. С. 80–86.
14. Методология научного исследования в педагогике : коллективная монография / под ред. Р. С. Бознева, В. К. Пичугиной, В. В. Серикова. М. : Планета, 2016. 208 с.
15. Овсецина Т. И., Чупрунов Е. В. Симметричные многогранники (простые формы) – орбиты некристаллических точечных групп симметрии // Кристаллография. 2017. Т. 62. № 5. С. 685–693. DOI: 10.7868/S0023476117040142.
16. Пац М. В. Фрактальный подход к актуализации профессиональной познавательной активности будущих педагогов // Известия Южного федерального университета. Педагогические науки. 2012. № 12. С. 13–18.
17. Перминов Е. А., Тестов В. А. Методология моделирования как основа реализации междисциплинарного подхода в подготовке студентов педагогических направлений // Образование и наука. 2020. Т. 22. № 6. С. 9–30. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-6-9-30.
18. Пуанкаре А. О науке / пер. с франц. М. : Наука, 1990. 560 с.
19. Секованов В. С., Матыцина Т. Н., Пигузов А. А. Выполнение многоэтапного математико-информационного задания «Математические основы синергетики» как средство формирования креативности студентов вуза // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2018. Т. 24. № 2. С. 155–159.
20. Смирнов Е. И., Секованов В. С., Миронкин Д. П. Повышение учебной мотивации школьников в процессе освоения понятий самоподобного и фрактального множеств на основе принципа фундирования // Ярославский педагогический вестник. 2015. № 3. С. 37–42.
21. Тестов В. А. Красота в математическом образовании: синергетическое мировидение // Образование и наука. 2019. 21(2). С. 9–26. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2019-2-9-26>.
22. Тестов В. А. Содержание современного образования: выбор пути // Образование и наука. 2017. Т. 19. № 8. С. 29–46. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-8-29-46.
23. Alvargonzales D. Multidisciplinarity, Interdisciplinarity, Transdisciplinarity and Sciences // International Studies in the Philosophy of Science. 2011. Vol. 25. № 4. Pp. 387–403. DOI: 10.1080/02698595.2011.623366.
24. Barnaveli A., Lucat S., Prokopec T. Inflation as a spontaneous symmetry breaking of Weyl symmetry // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2019. Vol. 2019. № 1. P. 022. DOI: 10.1088/1475-7516/2019/01/022.
25. An Innovative Approach to Education in the Context of Sustainable Development / N. A. Burmistrova, E. A. Kormiltseva, A. P. Shmakova, M. A. Loshchilova // In The European Proceedings of Social & Behavioural Science. 2017. № XXVI. Pp. 122–129. [dx.doi.org-10.15405epsbs.2017.07.02.16.pdf](https://doi.org/10.15405epsbs.2017.07.02.16.pdf).
26. Cantor set as a fractal and its application in detecting chaotic nature of piecewise linear maps / G. Choudhury, A. Mahanta, H. K. Sarmah, R. Paul // Proceedings of the National Academy of Sciences India Section A – Physical Sciences. 2019. DOI: 10.1007/s40010-019-00613-8.

27. Christopher W. Tyler. The Fundamental Nature of Time // Journal of Research in Philosophy and History. 2020. Vol. 3. № 1. DOI: 10.22158/jrph.v3n1p40.
28. Fang L., Michelucci D., Foufou S. Equations and interval computations for some fractals // Fractals. 2018. Vol. 26. № 4. P. 1850059.
29. Freire I., Muatjetjeja B. Symmetry analysis of a Lane-Emdem-Klein-Gordon-Fock system with central symmetry // Discrete and Continuous Dynamical Systems – Series S. 2018. Vol. 11. № 4. Pp. 685–691. DOI: 10.3934/dcdss.2018041.
30. Guo L., Chen Y., Yu P. Twelve limit cycles in 3D quadratic vector fields with  $Z_3$  symmetry // International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering. 2018. Vol. 28. № 11. P. 1850139. DOI: 10.1142/S0218127418501390.
31. Piaget Jean. «L'épistémologie des relations interdisciplinaires», in Léo Apostel et al., 1972. P. 144.
32. Teaching transdisciplinarity appropriately for students' education level / C. Pohl, P. Krutli, M. Stauffer, L. Modolo // GAIA – Ecological Perspectives for Science and Society. 2018. 27(2). Pp. 250–252. DOI: 10.14512/gaia.27.2.14.
33. Robinson A. Non-standard analysis. Princeton, N. J. : Princeton University Press, 1996.
34. Execution of mathematics and information multistep task «Building a fractal set with L-systems and information technologies» as a means of creativity of students / V. Sekovanov, V. Ivkov, A. Piguzov, A. Fateev // EUR Workshop Proceedings Selected Papers of the 11th International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT-Education, SITITO 2016. 2016. Pp. 204–211.
35. Smarandache F. Neutrosophy/neutrosophic probability, set and logic. American Research Press, Rehoboth, 1998.
36. Smirnov E., Uvarov A. Synergetic Effects of Schwartz Cylinder's Computer Design in Mathematics Education // 2018 International Conference on Applied Mathematics & Computational Science. 2018. Pp. 77–775. DOI: 10.1109/ICAMCS.NET46018.2018.00022.

## The phenomena of symmetry and fractality in the transdisciplinary trend of modern education

V. A. Testov<sup>1</sup>, A. A. Babkin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Doctor of Pedagogical Sciences, professor, Vologda State University.  
Russia, Vologda. ORCID: 0000-0002-3573-574X. E-mail: vladafan@inbox.ru

<sup>2</sup>PhD in Pedagogical Sciences, associate professor,  
Vologda Institute of Law and Economics of the Federal Penitentiary Service of Russia.  
Russia, Vologda. ORCID: 0000-0001-8033-1747. E-mail: aleksei\_babkin@mail.ru

**Abstract.** Transdisciplinary synthesis of knowledge is becoming the prevailing trend in modern education and science. In this regard, previously known scientific concepts are being rethought, in particular, such as symmetry and fractality. The phenomena of symmetry and fractality have become one of the leaders of the transdisciplinary trend in education, a synthesizer of ideas and methods of various disciplines. These concepts are leading in the processes of human cognition of the harmony of the surrounding world. The purpose of the study is to substantiate the hypothesis about the transdisciplinary role of the phenomena of symmetry and fractality in modern school and university education, in the integration of these two phenomena into a single transdisciplinary concept of understanding the harmony of the surrounding world. The methodological basis of the research is post-non-classical methodology, synergetic worldview, transdisciplinary and culturological approaches. The study also used a trinitarian methodology.

Symmetry embodies a stable order in the surrounding world, and fractality, in accordance with the trinitarian methodology, is a necessary third element for resolving the contradiction between two oppositions – symmetry (order) and chaos. These two phenomena complement each other, are the basis for understanding the harmony of the universe, which determines their importance in learning. According to the authors, familiarity with such a unified concept will contribute to the formation of a scientific picture of the world of students, as well as the development of their creative abilities and aesthetic component of personality.

**Keywords:** symmetry, self-similarity, fractality, transdisciplinarity, chaos, order, golden ratio.

### References

1. Andreev V. V., Gibadulin R. Ya., Zhdanov R. I. *Formirovanie transdisciplinarnogo podhoda k nauchnoj i pedagogicheskoj deyatel'nosti kak osnovnaya missiya instituta perspektivnyh issledovanij* [Formation of a transdisciplinary approach to scientific and pedagogical activity as the main mission of the institute for advanced studies] // *Prepodavatel' XXI vek – Teacher XXI century*. 2019. No. 2-1. Pp. 9–22.
2. Babkin A. A. *Fraktaly kak novye matematicheskie ob'ekty dlya izucheniya studentami pedkolledzha cherez integrativnyj kurs "Elementy fraktal'noj geometrii"* [Fractals as new mathematical objects to be studied by



students of the pedagogical college through the integrative course "Elements of fractal geometry" // *Vestnik Pomorskogo universiteta. Seriya: Fiziologicheskie i psihologo-pedagogicheskie nauki* – Herald of the Pomor University. Series: Physiological and psychological-pedagogical sciences. 2006. No. 3. Pp. 191–195.

3. Bajchorova A. A. *Vvedenie ponyatij "fraktal" i "fraktal'naya geometriya": nekotorye metodicheskie aspekty* [Introduction of the concepts of "fractal" and "fractal geometry": some methodological aspects] // *Problemy sovremenogo pedagogicheskogo obrazovaniya* – Problems of modern pedagogical education. 2018. No. 61–2. Pp. 55–58.

4. Birkhoff G. *Matematika i psihologiya* [Mathematics and psychology] / transl. from Eng. M. Soviet Radio. 1977. 96 p.

5. Vasiliev Yu. N. *Obshchee dlya "zolatogo secheniya", sovershennyh, bokovyh chisel i uravneniya Pellya* [General for the "golden section", perfect, lateral numbers and the Pell equation] // *Vestnik nauki* – Herald of Science. 2019. Vol. 3. No. 7 (16). Pp. 44–52.

6. Weil G. *Simmetriya* [Symmetry]. M. Nauka (Science). 1968. P. 37.

7. Voloshinov A. V., Shindel' S. V. *Garmoniya – simmetriya – krasota* [Harmony – symmetry – beauty] // *Chelovek* – Person. 2017. No. 4. Pp. 81–93.

8. Denisova L. V., Dzhenzher V. O. *Vokrug treugol'nika Serpinskogo. Igra v haos i programmirovaniye v srede SCRATCh* [Around the Serpinsky triangle. The game of chaos and programming in the SCRATCh environment] // *Informatika v shkole* – Computer Science at school. 2020. No. 4 (157). Pp. 20–26. DOI: 10.32517/2221-1993-2020-19-4-20-26.

9. Zhiharev L. A. *Fraktal'nye razmernosti* [Fractal dimensions] // *Geometriya i grafika* – Geometry and graphics. 2018. Vol. 6. No. 3. Pp. 33–48. DOI: 10.12737/article\_5bc45918192362.77856682.

10. Knyazeva E. N. *Transdisciplinarnye strategii issledovaniy* [Transdisciplinary research strategies] // *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta* – Herald of Tomsk State Pedagogical University. 2011. No. 10. Pp. 193–201.

11. Kovalenko V. I. *"Zolotoe sechenie" i geometricheskie metody proporcionirovaniya ob'ektov dizajna* ["Golden section" and geometric methods of proportioning design objects] // *Iskusstvo i kul'tura* – Art and culture. 2019. No. 2 (34). Pp. 83–90.

12. Mandelbrot Benoit B. *Fraktal'naya geometriya prirody* [Fractal geometry of nature]. M. Institute of Computer Research. 2002. 656 p.

13. Men'chikov G. P. *Fraktal'nost' – vseobshchee svojstvo bytiya* [Fractality is a universal property of being] // *Uchenye zapiski Kazanskogo gosudarstvennogo universiteta. Gumanitarnye nauki* – Scientific notes of Kazan State University. Humanities. 2008. Vol. 150. Book 4. Pp. 80–86.

14. *Metodologiya nauchnogo issledovaniya v pedagogike : kollektivnaya monografiya* – Methodology of scientific research in pedagogy : collective monograph / ed. by R. S. Boznev, V. K. Pichugina, V. V. Serikova. M. Planeta. 2016. 208 p.

15. Ovsecina T. I., Chuprunov E. V. *Simmetrichnye mnogogranniki (prostye formy) – orbity nekrystallicheskih tochechnykh grupp simmetrii* [Symmetric polyhedra – simple forms) – orbits of non-crystalline point groups of symmetry] // *Kristallografiya* – Crystallography. 2017. Vol. 62. No. 5. Pp. 685–693. DOI: 10.7868/S0023476117040142.

16. Pats M. V. *Fraktal'nyj podhod k aktualizacii professional'noj poznavatel'noj aktivnosti budushchih pedagogov* [Fractal approach to actualization of professional cognitive activity of future teachers] // *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Pedagogicheskie nauki* – News of the Southern Federal University. Pedagogical sciences. 2012. No. 12. Pp. 13–18.

17. Perminov E. A., Testov V. A. *Metodologiya modelirovaniya kak osnova realizacii mezhdisciplinarnogo podhoda v podgotovke studentov pedagogicheskikh napravlenij* [Modeling methodology as a basis for the implementation of an interdisciplinary approach in the training of students of pedagogical directions] // *Obrazovanie i nauka* – Education and Science. 2020. Vol. 22. No. 6. Pp. 9–30. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-6-9-30.

18. Poincare A. *O nauke* [About science] / trans. from French. M. Nauka (Science). 1990. 560 p.

19. Sekovanov V. S., Matycina T. N., Piguzov A. A. *Vypolnenie mnogoetapnogo matematiko-informacionnogo zadaniya "Matematicheskie osnovy sinergetiki" kak sredstvo formirovaniya kreativnosti studentov vuza* [Performing a multi-stage mathematical and informational task "Mathematical foundations of synergetics" as a means of forming the creativity of university students] // *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Pedagogika. Psihologiya. Sociokinetika* – Herald of Kostroma State University. Series: Pedagogy. Psychology. Sociokinetics. 2018. Vol. 24. No. 2. Pp. 155–159.

20. Smirnov E. I., Sekovanov V. S., Mironkin D. P. *Povyshenie uchebnoj motivacii shkol'nikov v processe osvoeniya ponyatij samopodobnogo i fraktal'nogo mnozhestv na osnove principa fundirovaniya* [Increasing the educational motivation of schoolchildren in the process of mastering the concepts of self-similar and fractal sets based on the principle of funding] // *Yaroslavskij pedagogicheskij vestnik* – Yaroslavl Pedagogical Herald. 2015. No. 3. Pp. 37–42.

21. Testov V. A. *Krasota v matematicheskom obrazovanii: sinergeticheskoe mirovidenie* [Beauty in mathematical education: synergetic worldview] // *Obrazovanie i nauka* – Education and science. 2019. 21(2). Pp. 9–26. DOI: 10.17853/1994-5639-2019-2-9-26.

22. Testov V. A. *Soderzhanie sovremennogo obrazovaniya: vybor puti* [The content of modern education: choosing a path] // *Obrazovanie i nauka* – Education and science. 2017. Vol. 19. No. 8. Pp. 29–46. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-8-29-46.