*Вестник Вятского государственного университета, 2020, № 1 (135)*
*© ВятГУ, 2020 ISSN: 2541–7606* *Философские науки*

УДК 161.1+001.2 DOI: 10.25730/VSU.7606.20.005

# Критерий консервативности принципов абстракции в неологицизме: особенности применения при построении основания математики*

**П. И. Олейник**
кандидат философских наук, лаборант кафедры истории философии и логики,
Национальный исследовательский Томский государственный университет.
Россия, г. Томск. E-mail: polina-grigorenko@mail.ru

**Аннотация.** В статье рассматриваются особенности неологицистского построения основания математики. Работы представителей неологицизма, в частности, К. Райта, привлекли внимание исследователей к используемой ими методологии принципов абстракции. В рамках программы неологицизма для выведения основных понятий арифметики и установления аксиом Пеано используется принцип абстракции, известный как принцип Юма. Допустимость использования данной методологии оспаривается в современной литературе. Автором рассматривается вопрос, касающийся существования принципов абстракции, приводящих к противоречию, который получил название «проблема "плохой компании"». В статье демонстрируется необходимость поиска критерия демаркации приемлемых принципов абстракции и неприемлемых. Одним из таких критериев, который тематизируется в данной статье, является консервативность. Автор раскрывает содержание понятия «консервативность» в контексте его первоначального введения Х. Филдом. В связи с тем, что в логике второго порядка семантическое и дедуктивное понятия логического следования не совпадают, в статье различаются и поясняются два вида консервативности – семантический и дедуктивный. Далее консервативность анализируется в качестве критерия демаркации «хороших» принципов абстракции и «плохих». Понятие консервативности уточняется в контексте его использования в неологицизме. В частности, указывается на то, что принцип Юма не является консервативным расширением какой-либо теории, которая уже не влечет за собой существование бесконечно многих объектов. В результате проведенного исследования показаны условия выполнения двух видов консервативности для принципов абстракции, а также перспектива использования критерия консервативности для определения приемлемости принципа абстракции в неологицизме. Основное внимание автор акцентирует на проблематичности введения и использования критерия консервативности в связи с недоопределенностью самого критерия, а также блокировкой этим критерием потенциально необходимых принципов абстракции.

**Ключевые слова:** неологицизм, принципы абстракции, принцип Юма, проблема «плохой компании», консервативность, логическое следование.

Доктрина логицизма, являющаяся одной из трех великих программ философии математики, развивалась в двух основных формах – фрегеанской и расселлианской – примерно до 1930 года. Г. Фреге, «первый логицист», использовал для выведения понятия «число» свою Аксиому V, которая, с точки зрения методологии, является принципом абстракции. Однако Б. Рассел обнаружил, что построенная Г. Фреге система приводит к противоречию. Спасти программу логицизма пытался как сам Б. Рассел, так и ряд других философов (Ф. П. Рамсей, Р. Карнап и др.), но безуспешно: введение дополнительных реформ не привело к окончательному решению поставленной проблемы. Доказательство известных ограничительных теорем К. Геделя, а также приход господства теории множеств, как наиболее перспективной фундаментальной теории для математики, на долгие десятилетия оставили логицизм без сторонников.

Представители неологицизма впоследствии возродили некоторые из основных идей логицизма (первые разработки относятся к середине 1960-х годов, а существенная проработка программы начинается с 1983 года, когда была опубликована книга К. Райта «Концепция Фреге о числах как объектах» [20]). Главной технической и философской особенностью подхода неологицистов является обращение к использованию принципов абстракции для обоснования существования чисел. Новый виток интереса к данной методологии породил множество разных вопросов: допустимость использования принципов абстракции, критерии определения приемлемых принципов и другие. Целью данной статьи является анализ критерия


*Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ (проект № МД-137.2020.6).

консервативности как критерия приемлемых абстрактных принципов, а также уточнение этого понятия. В околонеологицистской литературе активно обсуждаются критерии отделения приемлемых абстрактных принципов от неприемлемых, но основной целью исследований в данном направлении являются доказательство или опровержение приемлемости принципа Юма[1], на основании которого в неологицизме реконструируется проект логицизма Г. Фреге. В связи с этим в данной статье при рассмотрении критерия консервативности мы будем обращаться непосредственно к консервативности самого принципа Юма.

Прежде чем перейти к обсуждению понятия «консервативность», необходимо сделать пояснения относительно методологии использования принципов абстракции. В неологицизме арифметические истины выведены из аксиом логики второго порядка, дополненной принципами, которые сами по себе являются аналитическими истинами или имеют эпистемологический и метафизический статус *определений*. Эти дополнительные принципы парадигматически принимают форму *принципов абстракции* (*abstraction principles*) (подробнее об этом см. [2; 18; 19]).

Принципы абстракции имеют следующую форму:

$$\forall a \forall b(\Sigma\,(a) = \Sigma\,(b) \equiv E(a, b)).$$

При формализации использована следующая нотация: $a$ и $b$ – переменные одного и того же типа, как правило, либо объекты, либо понятия; Σ – оператор, обозначающий функцию от свойств (или отношений) к отдельным объектам; и $E$ является отношением эквивалентности объектов, относящихся к данному типу. Принципы абстракции предназначены для того, чтобы быть имплицитными определениями оператора абстракции Σ. Общая идея принципов абстракции заключается в том, что они позволяют нам вводить новые термины путем определения условий идентичности для референтов новых терминов с использованием уже известных лингвистических ресурсов.

В «Grundlagen» [3] Г. Фреге обращается к трем принципам абстракции, ныне ставшим каноническими: принцип эквивалентности направлений, принцип Юма и Аксиома V самого Г. Фреге. Он обращает внимание на то, что стандартные аксиомы арифметики Пеано следуют из принципа абстракции, известного теперь как принцип Юма:

$$\forall F \forall G\ (Nx{:}Fx = Nx{:}Gx \equiv F \approx G).$$

$Nx{:}Fx$ – (кардинальное) число Fs, ≈ – взаимно-однозначное соответствие. Таким образом, принцип утверждает, что кардинальное число, принадлежащее понятию F равно кардинальному числу, принадлежащему понятию G, если и только если существует взаимно-однозначное соответствие между объектами, подпадающими под F, и объектами, подпадающими под G. С его помощью можно сформулировать довольно естественные определения основных арифметических понятий. Однако Г. Фреге был не удовлетворен принципом Юма как основанием арифметики или как определением (кардинального) числа и сформулировал второй принцип абстракции, который сопоставил каждое понятие с уникальным объектом – его объемом, Аксиому V:

$$(\forall F)(\forall G)(\mathrm{EXT}(F) = \mathrm{EXT}(G) \leftrightarrow (\forall x)(Fx \leftrightarrow Gx)).$$

Согласно Аксиоме V, объем понятия $F$ равен объему понятия $G$ тогда и только тогда, когда для каждого объекта $x$ $Fx$, если и только если $Gx$. В отличие от принципа Юма Аксиома V Г. Фреге содержит только логическую лексику, и эксплицитные определения отдельных чисел даются в терминах экстенсиональности.

После обнаружения возможности вывода противоречия из построенной Г. Фреге системы интерес к методологии использования принципов абстракции не появлялся на протяже-

[1] Здесь и далее под принципом Юма (Hume's Principle) понимается философско-математический термин, введенный Дж. Булосом. Принцип Юма указывает на связь между кардинальными числами и отношением равночисленности. Дж. Булос называет его именно так в связи с тем, что Г. Фреге в «Grundlagen» при введении принципа Юма цитирует «Трактат о человеческой природе» Д. Юма.

нии трех четвертей века и возродился в работах К. Райта, который тематизировал отвергнутый самим Г. Фреге принцип Юма. Обращение к этой методологии активно обсуждается и критикуется в современной литературе (см. [8; 12; 13; 17]).

Существуют две основные проблемы использования принципов абстракции. В первую очередь, это вопрос о самой допустимости их использования. Дело в том, что есть принципы абстракции, которые приводят к противоречию – наиболее известным примером является Аксиома V Г. Фреге. Авторами работ по данной тематике (например, Дж. Булосом, Н. Теннантом и др.) приводится множество других примеров: принцип эквивалентности двух вещей, который приводит к расселовскому парадоксу предикации; принцип упорядоченности, который очень похож на принцип Юма, только касается порядковых чисел, а не кардинальных, и влечет противоречие из парадокса Бурали-Форти и другие. В связи с этим возникает сомнение в самом методе и в допустимости введения, по крайней мере, некоторых понятий через принципы абстракции. Вопрос, касающийся существования несогласованных принципов абстракции, в англоязычной литературе традиционно именуемых «плохими», получил название *проблема «плохой компании» («bad company» objection*, подробнее в русскоязычной литературе см. [1; 2]). Как принцип Юма может играть основополагающую роль в построении всего фундамента арифметики, которую ему отводит К. Райт, учитывая его «плохую компанию», состоящую из принципов, приводящих к противоречию? Поиск решения этой проблемы приводит к другой проблеме. Дело в том, что даже если признать использование принципов абстракции законным, все еще остается проблематичным вопрос различения «плохих» и «хороших» принципов абстракции, а также поиска подходящего для такой демаркации критерия: неологицизм должен сформулировать и обосновать критерии, которые отличают законные принципы абстракции от их синтаксически подобных претендентов.

Самый очевидный путь – признать «хорошими» согласованные принципы, т. е. принципы, не приводящие к противоречию (в таком случае Аксиома V является «плохим» принципом, в то время как принцип Юма – «хорошим»), но, как оказалось, критерий непротиворечивости является необходимым, однако не является достаточным. Можно было бы предположить, что даже если не все принципы абстракции являются концептуальными истинами, то все принципы абстракции, удовлетворяющие некоторому условию, критерию *C*, являются таковыми. Вместе с тем относительно многих выдвинутых кандидатов на место критерия *C*, обоснованных и даже очевидных, можно показать, что не все принципы абстракции, удовлетворяющие условию *C*, совместно выполнимы. Дж. Булос [6] был первым, кто обратил внимание на то, что есть принципы абстракции, которые являются согласованными, но которые тем не менее несовместимы с принципом Юма (и с любым принципом абстракции, предполагающим существование бесконечно многих объектов). Среди таких принципов имеет место принцип равной представленности; еще один принцип, введенный Дж. Булосом, был метко назван К. Райтом «досадным принципом». Суть введения этих принципов заключается в том, что если принцип Юма является аналитически истинным, то другой является ложным. Что позволяет наделить таким статусом именно принцип Юма, учитывая почти полную аналогичность двух принципов? Существование попарно несовместимых, но по отдельности согласованных принципов порождает необходимость дополнить абстракционистский метод критерием, способным регулировать предпочтительность выбора одной абстракции вместо другой. Одним из первых был предложен критерий консервативности: его суть заключается в том, что некоторый принцип абстракции является приемлемым, если его добавление не приводит к появлению новых следствий относительно понятий, с введением которых он сам эксплицитно не связан.

В настоящее время существует большое количество литературы, касающейся технических вопросов, связанных с возражением «плохой компании». Предложен ряд других критериев для демаркации хороших и плохих принципов абстракции (например, в работах К. Файна [11], М. Эклунда [9] и др.), но критерий консервативности является одним из самых обсуждаемых (см. [7; 14]). Какого рода это понятие консервативности и насколько этот критерий приемлем, можно понять, обратившись к его первоначальному введению и использованию.

К. Райт заимствует понятие консервативности у Х. Филда. Оно вводится Х. Филдом при построении программы математического фикционализма, согласно которому «математические предложения в составе естественно-научной теории буквально являются ложными, а указания на математические сущности – фиктивными» [4, с. 64]. В своей работе «Наука без чисел» [10] он попытался показать, как наука может развиваться, не предполагая существования чисел и других абстрактных объектов: наука может обойтись без математики, хоть и в ужасно неудобной форме.

Есть две части программы фикционализма. Во-первых, разработка номиналистической версии каждой «сто́ящей» науки. Это необходимо, поскольку стандартные научные утверждения и законы ссылаются на математические сущности. Х. Филд сделал это, дав полную аксиоматизацию ньютоновской механики без референции к числу или функции вообще. Вторая часть программы касается консервативности. Фикционализму необходимо показать, что добавление математики (и принципов, связывающих математические и физические термины) к номиналистической теории не дает никаких «новых» номиналистических теорем. Х. Филд показал, что математическая физика является консервативным продолжением его нематематической физики, то есть каждый физический факт, доказуемый в математической физике, уже доказуем из построенной ранее системы, так что математика является надежным процессом, физические приложения которого все верны, хотя ее собственные утверждения ложны. Таким образом, занимаясь математикой, мы как бы рассказываем некоторую историю и говорим о числах так, как будто они существуют. Для Х. Филда утверждение «2 + 2 = 4» так же фиктивно, как и «Шерлок Холмс жил на Бейкер-стрит 221В», но оба они верны согласно соответствующим фикциям. Получается, что математика, в принципе, необязательна, ее утверждения можно рассматривать как утверждения о вымышленных сущностях, подобно тем, о которых мы читаем в романах. Интересно следующее замечание В. В. Целищева: «Как это ни парадоксально, к данному направлению (в рамках которых развивается подход к основаниям математики в духе Г. Фреге. – *П. О.*) можно причислить и самого видного номиналиста наших дней Х. Филда, который полагает, что вся математика есть консервативное расширение над логикой» [5, с. 175]. Действительно, несмотря на то что Х. Филд отвергает существование абстрактных объектов – в частности и в первую очередь, чисел, – его утверждение заключается в том, что математика консервативна по отношению к науке в том смысле, что любой номиналистический аргумент, который может быть получен с помощью промежуточных математических утверждений, сам по себе логически обоснован. Таким образом, роль математики в науке заключается в упрощении логики, и центральный тезис Г. Фреге о том, что математика выводима из логики, Х. Филдом поддерживается (хотя онтологические характеристики числа кардинально разнятся как с логицизмом, так, соответственно, и с неологицизмом).

Само понятие консервативности вводится Х. Филдом следующим образом: пусть P – переменная для множества утверждений номиналистической физики, q – для одиночных номиналистических утверждений и S – для множеств математических утверждений и принципов, соединяющих математику и физику. Затем, перефразируя Х. Филда, математика консервативна по отношению к физике, если в том случае, когда q является следствием комбинированной теории P + S, q является следствием только P. Однако в зависимости от того, как понимается понятие «следования» (*consequence*), существует, по крайней мере, две формулировки этого понятия. Понятие логического следования имеет два вида: семантическое (или теоретико-модальное) и дедуктивное. Семантическое понятие следования определяется таким образом: предложение Ф есть логическое следствие множества Г предложений, если невозможно, чтобы при истинности каждого члена Г было ложным Ф. Другими словами, Ф истинно при каждой интерпретации, при которой каждый член Г истинен (если Ф есть следствие Г в семантическом смысле, то заключение «уже логически неявно присутствует» в посылках). Дедуктивное понятие следования определяется следующим образом: Ф есть следствие Г, если имеется вывод Ф из посылок в Г. «Соотношение двух видов логического следования, согласно Дж. Коркорану, таково: если Ф есть следствие Г в семантическом смысле, то заключение Ф "уже логически неявно присутствует" в посылках. В определенном смысле заключение будет излишним, потому что при этом не получается новой информации. Это понятие резко контрастирует с дедуктивным, потому что существует возможность того, что Ф неявно содержится в Г, даже если дедукция Ф из Г невозможна. Предположим, доказано, что Ф есть семантическое следствие Г, но доказательство включает в себя некоторое погружение структур Г в более богатую структуру. Такая ситуация вполне обычна для математики. В подобных случаях может быть показано, что теорема есть семантическое следствие соответствующих аксиом (логики. – *П. О.*) второго порядка, но не дедуктивное следствие» [5, с. 185].

Соответственно, математика дедуктивно консервативна в следующем случае: если q может быть выведено из P + S, то q может быть выведено только из P; и математика семантически консервативна, если q истинно во всех моделях P + S, только если q истинно во всех моделях P. В случае с логикой первого порядка семантическое и дедуктивное понятия следования совпадают. Однако соответствующие результаты не получены для логики второго порядка (которая используется в неологицизме): возможна ситуация, когда Ф имплицитно содержится в Г, даже если дедукция Ф из Г невозможна (поскольку логика второго порядка не является полной). Вернемся ниже к вопросу определения вида консервативности как критерия приемлемости принципов абстракции.

К. Райт использует филдовское понятие консервативности для определения приемлемости принципа абстракции: любой истинный математический принцип должен быть консервативен по отношению к нематематическим теориям. Добавление консервативного принципа к теории не должно приводить к новым теоремам о старой онтологии. Формально, пусть A – принцип абстракции, а T – теория, язык которой не содержит оператора, введенного A. Тогда A консервативен по отношению к T, если для любого предложения Ф на языке T, Ф является следствием T + A лишь в том случае, если Ф является следствием только T. То есть добавление A к теории T не влечет никаких следствий в старом языке, которые не были бы уже следствиями старой теории. Вводимый принцип не должен иметь существенных последствий для объектов, которые не являются абстрактами. Р. Кук [17, p. xxvi] приводит такой пример: если принцип Юма консервативен, то его введение приведет нас к появлению множества интересных утверждений о числах и даже к появлению утверждений относительно чисел, соответствующих определенным совокупностям кошек, но принцип Юма не должен приводить к появлению нечисловых утверждений о самих кошках.

Предположим, что A консервативен по отношению к каждой базовой теории и что Ф не содержит не-логической терминологии. Тогда Ф является следствием A, только если Ф логически истинно. Хотя это было бы хорошей особенностью для логицистской точки зрения, но требование слишком сильно (если неологицизм может иметь какие-либо шансы на успех). Понятие консервативности, принятое в строгом филдовском смысле, накладывает на принцип Юма ряд ограничений, затрудняющих его использование в неологицистских целях обоснования математики. И сам К. Райт, понимая это, видит необходимым уточнение понятия. Очевидно, что принцип Юма не является консервативным расширением какой-либо согласованной теории, которая уже не влечет за собой существование бесконечно многих объектов. К. Райт указывает, что это нарушение критерия консервативности обусловлено исключительно существованием натуральных чисел и не имеет никакого отношения к элементам онтологии базовой теории. Он предлагает модификацию требования консервативности: при добавлении приемлемого принципа абстракции A не должно возникать никаких следствий, кроме тех, которые вытекают из существования абстрактных объектов, произведенных A. То есть приемлемый принцип абстракции не должен иметь никаких новых следствий в отношении объектов, имеющихся в онтологии базовой теории (Аксиома V Г. Фреге нарушает это требование консервативности).

К. Райт формулирует пересмотренное требование консервативности следующим образом. Пусть A является принципом абстракции, Sx – предикат, «истинный именно для референтов» вновь введенных терминов. В случае принципа Юма Sx утверждает, что x является кардинальным числом. Пусть Ф – это предложение на языке базовой теории, определим Σ как ограничение Ф, $Ф^{Σ}$ – как результат ограничения кванторов в Ф ¬S, т. е. в случае принципа Юма $Ф^{Σ}$ означает, что Ф содержит нечисла. Пусть T – любая теория. Требование консервативности состоит в том, что для любого предложения Ф на языке T, $Ф^{Σ}$ следует из A + T, имеем: Ф следует только из T. Другими словами, если объединенная теория влечет за собой что-то о неабстратах, то это должно быть следствием только базовой теории. Интуитивная идея требования заключается в том, что принципы абстракции не должны иметь никаких следствий в отношении «старых» объектов, элементов, эксплицитно не полученных этим принципом абстракции и эксплицитно не признанных в диапазоне переменных первого порядка базовой теории. Такая формулировка также подвергается критике (А. Вейром, С. Шапиро [14; 15; 16] и др.).

Вопрос о том, как следует понимать логическое следствие в контексте требования консервативности принципов абстракции, остается открытым (напомним, что дедуктивное и семантическое понятия следования, а значит, и консервативности, не совпадают в логике второго порядка). Однако имеют место следующие соображения. Так, существуют веские основания полагать, что для успешности выполнения задумки неологицизма, стоит отказаться от требования дедуктивной консервативности. При выведении вещественных чисел из принципов абстракции и соответствующих аксиом полученная теория не будет дедуктивно консервативной по отношению к принципу Юма. Как правило, в математике новое знание о математической структуре получают ее встраиванием в более богатую структуру. Обращение к «новым» абстрактам – вещественным числам – позволяет определить свойства (или множества) натуральных чисел, которые не могут быть определены на языке арифметики. В целом, сильные теории не являются дедуктивно консервативными по отношению к более слабым. И если неологицизм имеет цель построить такие сильные теории, как классическая теория вещественных чисел, он должен отказаться от требования дедуктивной консервативности. Один из предлагаемых вариантов использования этого вида консервативности состоит в том, чтобы неологицизм сформулировал более тонкое понятие дедуктивности.

Обратимся к семантическому понятию логического следствия, относительно которого еще можно показать, что новые теоремы T + A все еще вытекают из базовой теории (только из нее). Предположим, что принцип абстракции A является семантически консервативным по отношению к базовой теории T. В таком случае новые теоремы на языке T, которые будут выведены при добавлении принципа абстракции A, на самом деле будут логическими (семантическими) следствиями только T. В некотором смысле принцип абстракции A позволяет увидеть, что эти новые теоремы на самом деле являются логическими следствиями только T. Однако понятие семантической консервативности не так хорошо освещено, как может показаться. Есть еще одно интересное замечание по поводу этого вида консервативности. Поскольку арифметика Пеано второго порядка категорична, она семантически полна: для любого предложения Ф на языке арифметики Пеано или Ф, или ¬Ф является семантическим следствием аксиом. Таким образом, каждая арифметическая истина уже является семантическим следствием теории. В таком случае принцип абстракции A может не выполнить критерий семантической консервативности по отношению к арифметике Пеано и привести к «новым» арифметическим следствиям только в случае отсутствия моделей, содержащих модель арифметики Пеано второго порядка, то есть если A вообще не будет иметь никаких бесконечных моделей, и в этом случае он будет несовместим с арифметикой. В общем случае для семантически полных базовых теорий семантическая консервативность не является различающим требованием. Кроме того, отметим, что есть что-то «неприятное» для неологицизма в обращении к семантическому понятию следования в рамках программы, призванной показать, что математика аналитична. Первоначальная идея Г. Фреге заключалась в том, что математика должна быть доказуема из логики, дополненной определениями, а не быть семантическим следствием этого.

Подводя итог, скажем, что дедуктивная формулировка консервативности доступна и внутренне присуща неологицизму, но нецелесообразна, поскольку мощные теории, которые в перспективе неологицизм должен установить, не являются дедуктивно консервативными по отношению к относительно слабым базовым теориям (арифметике). Семантическая формулировка консервативности представляется внешней, но имеет ряд сложностей в использовании. За неимением удовлетворительного преодоления этих сложностей предлагается просто оставить понятие логического следования на интуитивном, дотеоретическом уровне. Утверждение о том, что заключение Ф следует из набора предпосылок Г, означает, что члены Г не могут быть истинными одновременно с ложностью Ф или что Ф каким-то образом подразумевается в членах Г (имплицитно присуще им). Надо отметить, что эта формулировка консервативности усложняет для неологицизма доказательство того, что предлагаемый принцип абстракции приемлем. Если этот принцип является семантически консервативным по отношению к соответствующей базовой теории или теориям, неологицизм может принять ее за рабочую гипотезу о том, что принцип абстракции консервативен в соответствующем интуитивном смысле. Позиция неологицизма в таком случае может заключаться в следующем: принцип абстракции является приемлемым до тех пор, пока не будет доказано обратное. Бремя доказательства перекладывается на того, кто желает оспорить этот принцип; неологицизму, в свою очередь, остается анализ любых нарушений критерия консервативности, возможно, на индивидуальной основе.

Недоопределенность самого понятия консервативности является не единственной проблемой применения этого критерия. Если принять требование консервативности в предлагаемом на настоящий момент варианте, принцип Юма действительно удовлетворяет этому критерию, так как он касается исключительно логических абстракций. В то же время любой принцип абстракции, выполнимый в конечной области, т. е. ставящий границу на размер универсума, не будет консервативным. Например, дополнение любой теории T досадным принципом приведет к утверждению, согласно которому все категории исходной онтологии T являются конечно экземплифицированными. Однако ряд принципов абстракции, предположительно перспективных для обоснования математики, не реализует данный критерий: в первую очередь это *New V*, используемый для реконструкции в абстракционизме теории множеств (более подробно в статье А. Вейра и С. Шапиро [16]). Его введение подразумевает упорядоченность универсума, т. е. касается не только вводимых абстрактов. Кроме того, как показывает А. Вейр, есть согласованные, но несовместимые принципы абстракции, которые выполняют требование консервативности.

На настоящий момент не принят ни один критерий для определения «хороших» принципов абстракции, который бы утверждал все принципы абстракции, предлагаемые неологицизмом для обоснования математики. Консервативность, как было показано, пока не может претендовать на статус такого критерия. Дискуссия вокруг понятия «консервативность» как в контексте фикционализма, так и в контексте неологицизма обширна и продолжает иметь место.

**Список литературы**

1. *Олейник П. И.* Логицизм, неологицизм и перспективы использования принципа Юма для обоснования математики : дис. … канд. филос. наук : 09.00.03 : защищена 24.12.18 : утв. 7.05.19. Томск, 2018. 197 с.

2. *Олейник П. И.* Шотландский нео-логицизм: проблема «плохой компании» / П. И. Олейник // Историческая и социально-образовательная мысль. 2015. Т. 7. № 7. Ч. 2. С. 147–150.

3. *Фреге Г.* Основоположения арифметики // philosophy.ru : философский портал. URL: http://philosophy.ru/library/frege/frege_math.html (дата обращения: 10.09.2019).

4. *Хлебалин А. В.* Онтологические обязательства неустранимости математики // Вестник Томского государственного университета. 2009. Серия: Философия. Социология. Политология. № 4 (8). С. 60–68.

5. *Целищев В. В.* Философия математики. Новосибирск : Наука, 2002. Ч. 1. 212 с.

6. *Boolos J.* The Standard Equality of Numbers // Logic, Logic and Logic. Harvard University Press, 1999. Pp. 202–219.

7. *Cook R. T.* Conservativeness, Stability, and Abstraction British Journal for the Philosophy of Science. 2012. № 63. Pp. 673–696.

8. *Cook R. T*. Frege's Cardinals and Neo-Logicism // Philosophia Mathematica. 2016. Vol. 24. Pp. 60–90.

9. *Eklund M*. Neo-Fregean Ontology // Philosophical Perspectives. 2006. № 20. Pp. 95–121.

10. *Field H*. Science Without Numbers: The Defence Of Nominalism. Second Edition. Oxford : Oxford University Press, 2016. 176 p.

11. *Fine K*. The Limits of Abstraction. Oxford : Clarendon Press, 2002. 216 p.

12. Philosophia Mathematica. Special Issue: Abstraction Principles. 2017. Vol. 25. 158 p.

13. *Schirn M*. Frege's Logicism and the Neo-Fregean Project // Axiomathes. 2014. № 24. Pp. 207–243.

14. *Shapiro S*. Frege Meets Dedekind: a Neologicist Treatment of Real Analysis // Notre Dame Journal of Formal Logic. 2000. Vol. 41. № 4. Pp. 335–365.

15. *Shapiro S.* Introduction to the Abstraction and Neo-Logicism Special Issue // Philosophia Mathematica. 2000. № 8 (2). Pp. 97–99.

16. *Shapiro S., Weir A.* Neo-logicist' logic is not epistemically innocent // Philosophia Mathematica. 2000. № 3 (8). Pp. 163–189.

17. The Arché Papers on the Mathematics of Abstraction / ed. by Roy T. Cook // The Western Ontario Series in Philosophy of Science. Dordrecht : Springer, 2007. [1] 71. xxxviii + 454 p.

18. The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic. Oxford University Press, 2005. 834 p.

19. *Wright C.* On the philosophical significance of Frege's theorem // Language, thought, and logic, edited by Richard Heck. Oxford : Oxford University Press, 1997. Pp. 201–244.

20. *Wright C*. Frege's conception of numbers as objects. Aberdeen University Press, 1983. 194 p.

# Criterion of conservativeness of the principles of abstraction in neologism: features of application in the construction of the Foundation of mathematics

**P. I. Oleinik**
PhD of Philosophical Sciences, laboratory assistant at the Department of history of philosophy and logic, National Research Tomsk State University. Russia, Tomsk. E-mail: polina-grigorenko@mail.ru

**Abstract**. The article deals with the features of neologistic construction of the foundation of mathematics. The works of representatives of neologism, in particular, K. Wright, attracted the attention of researchers to the methodology they used for the principles of abstraction. The neologism program uses the principle of abstraction, known as the Hume principle, to derive the basic concepts of arithmetic and establish the Peano axioms. The validity of this methodology is disputed in modern literature. The author considers a question concerning the existence of principles of abstraction that lead to a contradiction, which is called "the problem of "bad company". The article demonstrates the need to search for a criterion of demarcation between acceptable and unacceptable principles of abstraction. One of these criteria, which is discussed in this article, is conservatism. The author reveals the content of the concept of "conservatism" in the context of its initial introduction by H. Field. Due to the fact that in second – order logic semantic and deductive concepts of logical sequence do not coincide, the article distinguishes and explains two types of conservatism-semantic and deductive ones. Further, conservatism is analyzed as a criterion for the demarcation of "good" principles of abstraction and "bad" ones. The concept of conservatism is clarified in the context of its use in neologism. In particular, it is pointed out that the Hume principle is not a conservative extension of any theory that no longer entails the existence of infinitely many objects. As a result of the research, the conditions for fulfilling two types of conservatism for the principles of abstraction are shown, as well as the prospect of using the criterion of conservatism to determine the acceptability of the principle of abstraction in neologism. The author focuses on the problematic nature of the introduction and use of the conservatism criterion due to the undefinability of the criterion itself, as well as the blocking of potentially necessary principles of abstraction by this criterion.

**Keywords**: neologism, principles of abstraction, Hume's principle, the problem of "bad company", conservatism, logical following.

## References

1. *Olejnik P. I. Logicizm, neologicizm i perspektivy ispol'zovaniya principa Yuma dlya obosnovaniya matematiki : dis. ... kand. filos. nauk : 09.00.03 : zashchishchena 24.12.18 : utv. 7.05.19* [Logicism, neologism and prospects for using the Hume principle to justify mathematics : dis. ... PhD of Philosophical Sciences : 09.00.03 : protected 24.12.18 : approved 7.05.19]. Tomsk. 2018. 197 p.

2. *Olejnik P. I. Shotlandskij neo-logicizm: problema "plohoj kompanii"* [Scottish neo-logicism: the problem of "bad company"] / P. I. Oleinik // *Istoricheskaya i social'no-obrazovatel'naya mysl'* – Historical and socio-educational thought. 2015. Vol. 7. No. 7. Part 2. Pp. 147–150.

3. *Frege G. Osnovopolozheniya arifmetiki* [Fundamentals of arithmetic] // philosophy.ru : philosophical portal. Available at: http://philosophy.ru/library/frege/frege_math.html (date accessed: 10.09.2019).

4. *Hlebalin A. V. Ontologicheskie obyazatel'stva neustranimosti matematiki* [Ontological obligations of the irreducibility of mathematics] // *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. 2009. Seriya: Filosofiya. Sociologiya. Politologiya* – Herald of Tomsk State University. 2009. Series: Philosophy. Sociology. Political science. No. 4 (8). Pp. 60–68.

5. *Celishchev V. V. Filosofiya matematiki* [Philosophy of mathematics]. Novosibirsk. Nauka. 2002. Pt. 1. 212 p.

6. *Boolos J.* The Standard Equality of Numbers // Logic, Logic and Logic. Harvard University Press, 1999. Pp. 202–219.

7. *Cook R. T.* Conservativeness, Stability, and Abstraction British Journal for the Philosophy of Science. 2012. No. 63. Pp. 673–696.

8. *Cook R. T.* Frege's Cardinals and Neo-Logicism // Philosophia Mathematica. 2016. Vol. 24. Pp. 60–90.

9. *Eklund M.* Neo-Fregean Ontology // Philosophical Perspectives. 2006. No. 20. Pp. 95–121.

10. *Field H.* Science Without Numbers: The Defence Of Nominalism. Second Edition. Oxford : Oxford University Press, 2016. 176 p.

11. *Fine K.* The Limits of Abstraction. Oxford : Clarendon Press, 2002. 216 p.

12. Philosophia Mathematica. Special Issue: Abstraction Principles. 2017. Vol. 25. 158 p.

13. *Schirn M.* Frege's Logicism and the Neo-Fregean Project // Axiomathes. 2014. No. 24. Pp. 207–243.

14. *Shapiro S.* Frege Meets Dedekind: a Neologicist Treatment of Real Analysis // Notre Dame Journal of Formal Logic. 2000. Vol. 41. No. 4. Pp. 335–365.

15. *Shapiro S.* Introduction to the Abstraction and Neo-Logicism Special Issue // Philosophia Mathematica. 2000. No. 8 (2). Pp. 97–99.

16. *Shapiro S., Weir A.* Neo-logicist' logic is not epistemically innocent // Philosophia Mathematica. 2000. No. 3 (8). Pp. 163–189.

17. The Arché Papers on the Mathematics of Abstraction / ed. by Roy T. Cook // The Western Ontario Series in Philosophy of Science. Dordrecht : Springer, 2007. [1] 71. xxxviii + 454 p.

18. The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic. Oxford University Press, 2005. 834 p.

19. *Wright C.* On the philosophical significance of Frege's theorem // Language, thought, and logic, edited by Richard Heck. Oxford : Oxford University Press, 1997. Pp. 201–244.

20. *Wright C.* Frege's conception of numbers as objects. Aberdeen University Press, 1983. 194 p.